

一般に、媒質に対して静止している波源からでる波の振動数を f 、伝播速さ（位相速度）を v とする。媒質が静止している系（媒質とともに動く系）から見た場合、観測者（装置,observer）の速さを v_o 、波源（source）の速さを v_s とすると、観測者に受信される波の振動数 f' は以下のように表される。

$$f' = f \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} \right). \quad (1)$$

ただし、速さの複号は、近づく場合（遠ざかる場合）上記号（下記号）とする。今、直線道路を速さ v_c で等速運動しながら近づいている自動車に向けて、この道路のそばの地面に設置されている超音波源 S から振動数 f の超音波を発射したとする。（超音波源、検出器ともに自動車から十分に遠い地点に設置され、自動車の進行方向と、自動車から超音波源、検出器に向かう角度は無視できるとする。）

1. この自動車を受信される超音波の振動数 f_c を f, v, v_c であらわす式を求めよ。
2. この自動車で反射される超音波は、波源とほぼ同じ位置にある検出機で検出される振動数 f_r を f, v, v_c であらわす式を求めよ。
3. 前問の結果を用いて、この自動車の速さ v_c を v, f, f_r で表す式を求めよ。

(解答例)

1. 式(1)において、 $v_s = 0, v_o = v_c$ 、自動車は近づくので、分子の符号は上をとると、この自動車を受信される超音波の振動数 f_c は

$$f_c = f \left(\frac{v + v_c}{v} \right) \quad (2)$$

となる。

2. 題意より、振動数 f_c を持つ波の波源である自動車は、静止している検出機に近づくので、検出機で検出される振動数 f_r は

$$f_r = f_c \left(\frac{v}{v - v_c} \right) \quad (3)$$

となる。この結果に、式(2)を代入すると

$$\begin{aligned} f_r &= f_c \left(\frac{v + v_c}{v} \right) \times \left(\frac{v}{v - v_c} \right) \\ &= f \left(\frac{v + v_c}{v - v_c} \right) \end{aligned} \quad (4)$$

が得られる。

3. 式(4)より、 v_c を求めると

$$\begin{aligned} \left(\frac{f_r}{f} \right) (v - v_c) &= v + v_c \\ \rightarrow v_c &= \frac{\frac{f_r}{f} - 1}{\frac{f_r}{f} + 1} \times v = \left(\frac{f_r - f}{f_r + f} \right) v \end{aligned} \quad (5)$$