

媒質に対して静止している波源からでる波の振動数を f 、伝播速さ(位相速度)を v とする。媒質が静止している系(媒質とともに動く系)から見た場合、観測者(観測装置, observer)の速さを v_o 、波源(source)の速さを v_s とすると、観測者に受信される波の振動数 f' は以下のように表される。

$$f' = f \left(\frac{v \pm v_o}{v \mp v_s} \right). \quad (1)$$

ただし、速さの複号は、近づく場合(遠ざかる場合) 上記号(下記号)とする。

今、超音波が血液中の赤血球で反射されるのを観測し、入射振動数と反射振動数のずれから血流の様子を検査する装置の原理を考える。(超音波源、検出器ともに赤血球から十分に遠い地点に設置され、検出器から遠ざかる赤血球の進行方向と、赤血球から超音波源、検出器に向かう角度はほぼ 180 度であるとする。)

発信機の振動数を f 、血液中の音速を v 、血液の流速を v_a とする。

1. この赤血球で受信される超音波の振動数 f_a を f, v, v_a で表す式を求めよ。
2. この赤血球で反射される超音波が、波源とほぼ同じ位置にある検出機で検出される振動数 f_r を f, v, v_a で表す式を求めよ。
3. 心臓収縮時の大動脈中の平均血流速度 v_a は 1.5cm/s である。前問の結果を用いて、 $v = 1570\text{m/s}, f = 100\text{kHz}$ である場合、 $f - f_r$ を計算せよ。

(ここでは、超音波は主として血液中を伝播すると考え、超音波が空気中を伝播する影響は無視する。)

(解答例) 題意より、赤血球は血液と一緒に流れている。媒質である血液に対して静止した赤血球からみると、音源が速さ v_a で遠ざかっていることになる。受信機も同様に、赤血球からみると、速さ v_a で遠ざかっている。

1. 式(1)において、題意より $v_o = 0, v_s = v_a$ であり、赤血球は遠ざかるので、式(1)の分子の符号は下をとる。従って、この赤血球で受信される超音波の振動数 f_a は

$$f_a = f \left(\frac{v}{v + v_a} \right) \quad (2)$$

となる。

2. 題意より $v_o = v_a, v_s = 0$ であり、振動数 f_a を持つ赤血球が波の波源となり、赤血球は静止している検出機からは遠ざかるので、式(1)の分子の複号は下をとる。したがって、検出機で検出される振動数 f_r は

$$f_r = f_a \left(\frac{v - v_a}{v} \right) \quad (3)$$

となる。この結果に前問の結果、式(2)を代入すると

$$f_r = f_a \left(\frac{v}{v + v_a} \right) \times \left(\frac{v - v_a}{v} \right)$$

$$= f \left(\frac{v - v_a}{v + v_a} \right) \quad (4)$$

が得られる。

3. 前問の結果である式(4)より、 $f - f_r$ を求めると

$$\begin{aligned} f - f_r &= f \left(1 - \frac{v - v_a}{v + v_a} \right) = f \times \left(\frac{2v_a}{v + v_a} \right) \\ \rightarrow f - f_r &\approx \frac{2v_a}{v} f \quad (|v_a/v| \ll 1) \\ &= \frac{2 \times 0.015\text{m/s}}{1570\text{m/s}} \times 100\text{kHz} \\ &= 1.91\text{Hz}. \end{aligned} \quad (5)$$

(参考文献: J. W. Kane, M. M. Sternheim、「ライフサイエンス物理学」, 廣川書店、1980年、23章の問題(超音波血流計(ドップラー効果))の解答は正しくないと思われる。速度を計る基準系が、今の場合、超音波の伝播媒質である血流であることの自覚がない。)