

1. 波の波長を  $\lambda$  とすると、波の波数  $k$  はどう表わされるか。
2. 角振動数を  $\omega$  とするとき、波の位相速度  $v$  を  $k, \omega$  で表せ。
3. 波の波数を  $k$ , 角振動数を  $\omega$  とするとき、群速度  $v_g$  の定義式を記し、さらに、群速度  $v_g$  を波の位相速度  $v$  と  $k$  で表わす式を求めよ。
4. 波の位相速度  $v$  が、それぞれ次のように与えられているとき、群速度  $v_g$  を計算し、群速度  $v_g$  をもとの位相速度  $v$  で表わす式を求めよ。重力加速度の大きさを  $g$  とする。
  - (a) 水の表面を伝わる重力波の場合、 $v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$
  - (b) 水の表面張力波の場合、 $v = \sqrt{\left(\frac{2\pi S}{\rho}\right)\frac{1}{\lambda}}$  ( $S$ : 水の表面張力の強さ,  $\rho$ : 水の密度)

(解答例)

1. 波の波数  $k$  は  $k = 2\pi/\lambda$  と表される。
2. 波の位相速度  $v$  は  $v = \omega/k$  と表わされる。
3. 群速度  $v_g$  の定義式は  $v_g = d\omega/dk$  である。さらに、群速度  $v_g$  は波の位相速度  $v$  と  $k$  で

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d(kv)}{dk} = v + k\frac{dv}{dk} \quad (1)$$

と表わされる。

- 4(a) 水の表面を伝わる重力波の場合:

$$v = \sqrt{\frac{g}{k}} \quad (2)$$

$$\rightarrow \frac{dv}{dk} = \sqrt{g} \frac{d(k^{-1/2})}{dk} = -\frac{1}{2k} \sqrt{\frac{g}{k}} = -\frac{v}{2k} \quad (3)$$

$$v_g = v + k\left(-\frac{v}{2k}\right)$$

$$\rightarrow v_g = \frac{v}{2} \quad (4)$$

- (b) 水の表面張力波の場合、

$$v = \sqrt{\frac{Sk}{\rho}} \quad (5)$$

$$\rightarrow \frac{dv}{dk} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{\rho k}} \quad (6)$$

$$v_g = v + k \times \frac{1}{2} \sqrt{\frac{S}{\rho k}}$$

$$\rightarrow v_g = \frac{3v}{2} \quad (7)$$