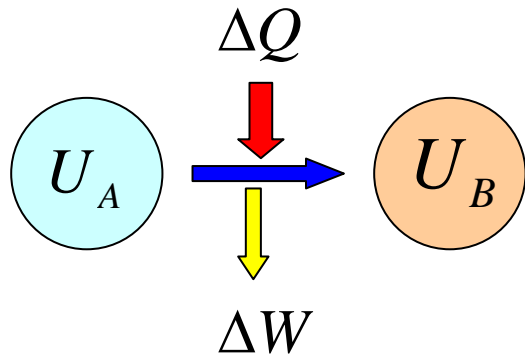


熱力学第一法則とその応用

目次

1. 熱力学第一法則とその意味
2. 熱力学的変化(過程)における仕事の計算法
3. 理想気体の内部エネルギーと比熱
4. いろいろな熱力学的変化
5. 理想気体の比熱とマイヤーの関係式
6. 内部エネルギーの変化についての注意
7. 理想気体の断熱変化とポアソンの公式
8. 参考: 有効仕事と有効エネルギー

1. 熱力学第一法則とその意味



$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

または $\Delta Q = \Delta U + \Delta W$.

$$(\Delta U \equiv U_B - U_A)$$

無限小の変化について
(微分形で表すと)

$$dU = dQ - dW, \quad dQ = dU + dW \quad \Delta Q' = -\Delta Q \quad \Delta W' = -\Delta W$$

注意: 内部エネルギー U は状態ごとに定まるが、熱量 Q と仕事 W のそれぞれは状態変化の経路にも依存する。しかし、 Q の変化と W の変化の差は状態量 U の変化と等しい。

熱力学的变化の際、
系の内部エネルギーの変化 ΔU
系が外界から吸収する熱量 ΔQ
系が外界に行う仕事 ΔW

熱と仕事を含む一般化されたエネルギー保存則
ジュール(1843年)、マイヤー(1842年)、
ヘルムホルツ(1847年)

注意！！

系が外界に放出する熱量を $\Delta Q'$
外界が系にする仕事を $\Delta W'$ とすると

熱力学的变化が起こる際には、必ず満たされる条件(必要条件)

2. 熱力学的過程における力学的仕事の計算

熱力学的変化の種類: 等温変化、等積変化、断熱変化、自由膨張(断熱膨張)

系(気体)が外界にする力学的仕事

(1) 微小体積変化 ΔV に対する微小仕事

(2) 有限の体積変化の場合, 系がする仕事

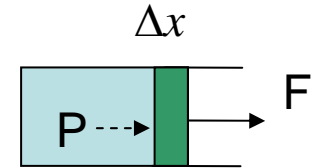
$$\Delta V = S \cdot \Delta x$$

$$F = PS$$

$$\rightarrow \Delta W = F \Delta x = PS \cdot \Delta x$$

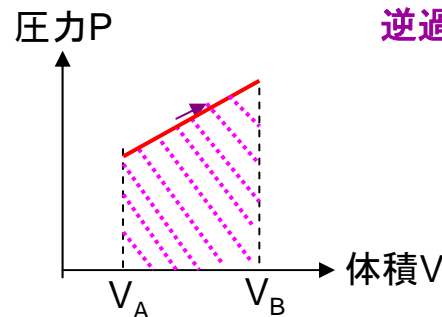
$$\therefore \Delta W = P \Delta V$$

(無限小の変化の場合 $dW = PdV$)



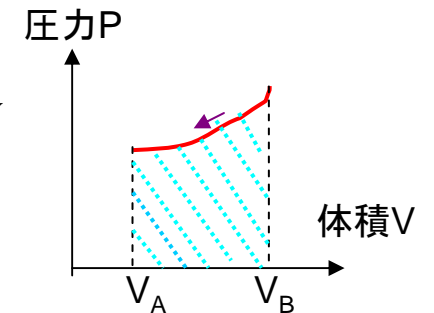
S:ピストンの断面積

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} PdV$$



逆過程; 仕事の符号が逆になる!

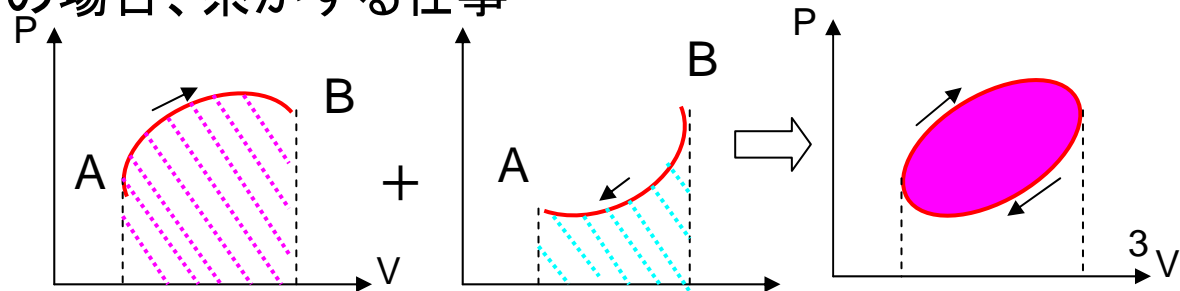
$$W_{BA} = \int_{V_B}^{V_A} PdV = - \int_{V_A}^{V_B} PdV = -W_{AB}$$



(3) 循環過程(1サイクル)の場合、系がする仕事

$$W_{ABA} = \oint_{ABA} PdV$$

閉じた線積分!



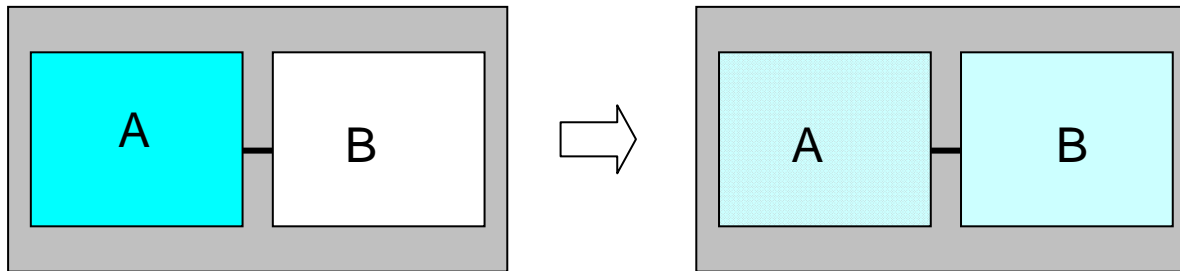
3. 理想気体の内部エネルギーと比熱—ジュールの法則—

気体の自由膨張の実験(ジュール):

断熱材で囲まれた熱量計の中に、栓を通じて連結された容器AとBを入れる。

まず、Aに気体を入れ、Bは真空にしておく。

次に、栓を開いて、Aの気体を自由膨張させても、ほとんど温度変化が観測されなかった。



容器AとB内の気体をまとめて、[対象]系と見なす。この実験では、自由膨張の際、容器は膨張しないので、系は外界に仕事をしない。また、温度変化はないので、気体と熱量計の間で熱の交換はない。したがって、 $\Delta U=0$ 。体積が変化しても、内部エネルギーが変化しないので、理想気体の内部エネルギーUは温度Tだけの関数である。

参考1: 精度を高めたジュール・トムソンの実験では、実在気体に対して少し温度変化が見られる(ジュール・トムソン効果)。

参考2: 熱力学第二法則から得られる熱力学ポテンシャルを用いると、マックスウエルの関係式より、理想気体の内部エネルギーが温度だけの関数であることが証明される。[栗山]p.211

4. いろいろな熱力学的変化

(1) 等温変化: $\Delta T=0$ [$dT=0$]

理想気体の場合; $U=U(T) \rightarrow \Delta U=0$

(2) 定圧変化: $\Delta P=0$ [$dP=0$]

(3) 定積変化: $\Delta V=0$ [$dV=0$]

熱力学第一法則 $\rightarrow \Delta U=\Delta Q$ [$dU=dQ$]

(4) 断熱変化: $\Delta Q=0$ [$dQ=0$]

熱力学第一法則 $\rightarrow \Delta U=-\Delta W$ [$dU=-dW$]

(5) 自由膨張: 断熱的条件下の膨張

$$\Delta Q=0 \quad [dQ=0]$$

$$\Delta W=0 \quad [dW=0]$$

$$\text{熱力学第一法則} \rightarrow \Delta U=0 \rightarrow \Delta T=0$$

5. 理想気体の比熱とマイヤーの関係式

定圧モル比熱 C_p 定積モル比熱 C_v $C_v \equiv \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_v$, $C_p \equiv \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_p$

マイヤーの関係式 (Mayer's relation) $C_p - C_v = R$

(理想気体の定義式のひとつ)

比熱比 $\gamma \equiv \frac{C_p}{C_v} > 1$

証明

$$C_v \equiv \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_v = \frac{dU}{dT} \quad (\because \text{第一法則 (定積変化)} \quad dU = dQ)$$

$$\begin{aligned} C_p \equiv \left(\frac{\partial Q}{\partial T} \right)_p &= (\because \text{第一法則} : dU = dQ - pdV, pdV = RdT \text{ (状態方程式における定圧変化)}) \\ &= C_v + R \end{aligned}$$

6. 内部エネルギーの変化についての注意

温度変化 ΔT に対する、1モルの理想気体の内部エネルギーの変化 ΔU は、等積過程でも等圧過程でも、常に次式で与えられる。ただし、 C_V はモル比熱。

$$\Delta U = C_V \Delta T$$

等圧過程において、気体の体積変化がある場合には、気体が外部に行う仕事量の違いによる。
([山本]、pp.134-135)

等圧過程においても、体積変化があるので、熱力学第一法則、状態方程式より

$$\begin{aligned}\Delta U &= \Delta Q - p\Delta V \\ &= C_P \Delta T - R\Delta T \quad (C_P : \text{等圧比熱}) \\ &= (C_P - R)\Delta T \\ &= C_V \Delta T.\end{aligned}$$

ここで、マイヤーの法則 ($C_P - C_V = R$) を用いた。

7. 理想気体の断熱変化と重要な関係式

$PV^\gamma = \text{constant}$

$TV^{\gamma-1} = \text{constant!}$

ポアソンの公式

状態変化の際

$(P_1, V_1, T_1) \longrightarrow (P_2, V_2, T_2)$

次の関係式が成立する

$P_1 V_1^\gamma = P_2 V_2^\gamma$

$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$

$P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma$

$\left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)$

圧縮 ($V_1 > V_2$) すると温度上昇 ($T_1 < T_2$)

膨張 ($V_1 < V_2$) すると温度低下 ($T_1 > T_2$)

空気入れの際の発熱

山間地における降雪、

宇宙膨張による温度低下

$PV = RT$

$P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{constant''}$

8. 参考：有効仕事と有効エネルギー

熱力学第一法則を $dU=dQ-dW(=dQ-pdV)$ と表す場合、[(対象とする)系に作用している力は、均一な垂直圧力だけである、と仮定している。この仮定は普通のピストン系、反応系を扱う場合、満たされていると考えてよい。しかし、圧力以外の力(作用)が関与する場合があります。すなわち膨張または収縮の仕事以外の仕事を有効仕事(effective work) W_{eff} といい、その変化を Δw_{eff} と書けば、熱力学第一法則は以下のように書ける。詳しくは、[向井](p.84,86)参照。

$$\Delta U = \Delta Q - \Delta W - \Delta W_{\text{eff}}$$

例えば、表面張力 σ で系の面積変化が ΔA 、電位差 E の系の電荷変化が Δq_c であれば、 $\Delta W_{\text{eff}} = -\sigma\Delta A - E\Delta q_c$

注意：混同しやすい概念として、有効エネルギー(available energy)またはエクセルギー(exergy)がある。ある環境の中に、環境と異なる温度、圧力を持つ系があるとき、その環境と同じ温度・圧力になるまでに取り出せる最大の仕事を有効エネルギーという。(押田勇雄「エクセルギー」、講談社ブルーバックス、pp.46-47)。または高温部(温度 T_H)から熱 Q だけ吸収し、外気温度 T_0 の場合、有効エネルギー $=Q[1 - (T_0/T_H)]$ 。(槌田敦「資源物理学入門」、NHKブックス、p.22)

参考文献

[山本]山本義隆、「新・物理入門(増補改訂版)」、駿台文庫、2004年。

[押田]押田、藤城「熱力学」、裳華房、1980年。

[栗山]栗山惇他「物理学概論(上)」、学術出版社、1988年。

[清水]清水 明「熱力学の基礎」、東京大学出版会、2007年。

[田崎]田崎晴明「熱力学－現代的な視点から」、培風館

[向井]向井楠宏「化学熱力学の使い方」、共立出版社、1992年。

有効仕事について、p.84,86.