

波長 λ に比べて、深さ(平均の深さ) h が浅い場合、水面の波の位相速度 v は近似的に $v = \sqrt{gh}$ と書ける。(g は重力加速度の大きさ)。アメリカのアラスカ湾の大洋床に生じた地震が津波を起こすとする。この津波が 9 時間 30 分後に、4450km だけ離れているハワイ州のある地点に到達するとする。一般に津波は巨大な波長 ($\lambda \approx (100 - 200)\text{km}$) を持っている。

1. 次元解析により、 $v = \sqrt{gh}$ であることを示せ。
2. この津波の位相速度 v を計算せよ。
3. アラスカ湾とハワイの間の大洋床の平均的深さ h を計算せよ。

(解答例)

1. 題意より、位相速度を $v = cg^x h^y$ (c は次元を持たない定数) と表して、長さ L , 時間 T として次元式を作ると

$$\begin{aligned} [v] &= [(LT^{-2})^x L^y] \\ \rightarrow [LT^{-1}] &= [L^{x+y} T^{-2x}] \\ \rightarrow x + y &= 1, \quad -1 = -2x \\ \rightarrow x &= 1/2, \quad y = 1/2 \end{aligned} \tag{1}$$

となり、定数 $c = 1$ におけば、 $v = \sqrt{gh}$ であることが示される。

2. 題意より

$$\begin{aligned} v &= \frac{4450 \times 10^3 \text{m}}{9.5 \times 60 \times 60 \text{s}} = 0.13 \times 10^3 \text{m/s} \\ &= 130 \text{m/s}. \end{aligned} \tag{2}$$

3. 前問の結果を用いると

$$\begin{aligned} h &= \frac{v^2}{g} \\ &= \frac{(0.13 \times 10^3 \text{m/s})^2}{9.8 \text{m/s}^2} = 1.72 \times 10^3 \text{m} \\ \rightarrow h &= 1720 \text{m} \end{aligned} \tag{3}$$

(はじめに記したように、波長は深さよりも十分長い。)

(備考：この方法は、音波を使って深度を直接測定するよりはるか以前の 1856 年に、太平洋の平均深度を推定するのに使用された。(R. A. Serway、「科学者と技術者のための物理学 Ib (力学・波動)」, 学術図書出版社、p.486.))