

ある 1 次元の正弦波を考える。位相速度  $v = 0.3\text{m/s}$ 、波長  $\lambda = 0.15\text{m}$ 、振幅  $A = 0.1\text{m}$  とする。平衡の位置が原点 ( $x=0$ ) である点が、初め ( $t=0$ )、変位  $0.05\text{m}$  の位置にあり、かつ平衡の位置に向かって動いていたとする。

- 1) この正弦波  $\Psi(x, t)$  を表す式を記せ。
- 2) 初めの波形  $\Psi(x, 0)$  を求めよ。(関数形)
- 3) 原点から右に  $0.2\text{m}$  の位置にある点の振動  $\Psi(x = 0.2\text{m}, t)$  を求めよ。
- 4) 原点から右に  $0.8\text{m}$  の位置にある点の  $t = \frac{8}{3}\text{sec}$  における粒子速度 ( $\frac{\partial \Psi}{\partial t}$ ) を求めよ。

(解答例) はじめ、原点においても変位がゼロでない場合も想定して、位相定数を  $\varphi$  とすると、位置  $x$ , 時刻  $t$  における、この正弦波の変位の式は次のように表せる：

$$\Psi(x, t) = A \sin[(kx - \omega t) + \varphi] \quad (1)$$

$$\rightarrow \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\omega A \cos[(kx - \omega t) + \varphi] \quad (2)$$

題意より

$$v = 0.3\text{m/s}, \lambda = 0.15\text{m}, A = 0.10\text{m}$$

$$\rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{0.15\text{m}}, \omega = vk = (0.3\text{m/s}) \times \left(\frac{2\pi}{0.15\text{m}}\right) = 4\pi(1/\text{s})$$

$$t = 0 \text{ で、} \Psi(x = 0, t = 0) = 0.05\text{m}, \frac{\partial \Psi}{\partial t} < 0; \text{ 平衡位置に向かっていること}$$

$$\rightarrow (0.10\text{m}) \times \sin \varphi = 0.05\text{m}$$

$$\sin \varphi = \frac{1}{2}$$

$$\text{また、} -\omega A \cos \varphi < 0 \rightarrow 0 < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$\varphi = \frac{\pi}{6}$$

$$(1) \Psi(x, t) = (0.1\text{m}) \times \sin\left[\left(\frac{4\pi}{0.3}\text{m}^{-1}\right)x - (4\pi\text{s}^{-1})t + \frac{\pi}{6}\right]$$

$$= (0.1\text{m}) \times \sin\left[4\pi\left\{\left(\frac{x}{0.3\text{m}}\right) - \left(\frac{t}{\text{s}}\right)\right\} + \frac{\pi}{6}\right]$$

$$(2) \Psi(x, t = 0) = (0.1\text{m}) \times \sin\left[\left(\frac{4\pi \cdot x}{0.3\text{m}}\right) + \frac{\pi}{6}\right]$$

$$(3) \Psi(x = 0.2\text{m}, t) = (0.10\text{m}) \times \sin\left[\frac{8\pi}{3} - \frac{4\pi t}{\text{s}} + \frac{\pi}{6}\right]$$

$$= (0.10\text{m}) \times \sin\left[-\frac{4\pi t}{\text{s}} + \frac{5\pi}{6}\right]$$

$$(4) \frac{\partial \Psi}{\partial t}(x = 0.80\text{m}, t = \frac{8}{3}\text{s}) = -\left(\frac{4\pi}{\text{s}}\right) \times (0.10\text{m}) \times \cos\left[\left(\frac{2\pi}{0.15\text{m}} \times 0.80\text{m}\right) - \frac{4\pi}{\text{s}} \times \frac{8}{3}\text{s} + \frac{\pi}{6}\right]$$

$$= -1.08\text{m/s}; \text{ 下向き!!}$$