

§4.1 温度と熱 §4.2 気体分子運動論

P.76 1 状態方程式から気体定数の単位を求めなさい。

(解) $PV = nRT$ より、単位(次元)は R

$$[R] = \left[\frac{PV}{nT} \right] = \frac{N \cdot m^{-2} \cdot m^3}{mol \cdot K} = \frac{J}{mol \cdot K} \quad (\because N \cdot m = J)$$

P.76 2 100°C のとき体積 $2 \times 10^{-4} m^3$ であった気体の温度を 0°C にした。圧力が変わっていないとすると、体積はいくらになるか。

(解)

2つの状態 (P_1, V_1, T_1) と (P_2, V_2, T_2) の時の状態方程式より

$$P_1 V_1 = n R T_1 \quad \dots ①$$

$$P_2 V_2 = n R T_2 \quad \dots ②$$

よ、 $P_1 = P_2$ であるから ① より

$$nR = \frac{P_1 V_1}{T_1} \quad \dots ③$$

② に代入して

$$V_2 = nR \cdot \frac{T_2}{P_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \cdot \frac{T_2}{P_1} = V_1 \frac{T_2}{T_1} = (2 \times 10^{-4} m^3) \times \frac{273+0}{273+100}$$

$$\doteq 1.46 \times 10^{-4} m^3$$

P.76 3 圧力 1.00 気圧、温度 0°C で体積が $2.24 \times 10^{-2} m^3$ の気体がある。この中に含まれる気体分子の数はいくらか。この気体を加熱して、100°C、1.20 気圧にした。体積はいくらになるか。1 気圧 = $1.01 \times 10^5 Pa$ としなさい。

ただし、 $k = R/NA = 1.38 \times 10^{-23} J/K$ を用いよ

(解) n mol の気体の状態方程式は

$$(1) PV = nRT \quad \dots ①$$

この気体の分子数 $N = n N_A \quad \dots ②$ N_A : アボガドロ数

①と②より

$$n = \frac{PV}{RT} \rightarrow N = \frac{PV}{T} \frac{N_A}{R} = \frac{PV}{kT} \quad (k = \frac{R}{N_A})$$

$$\doteq \frac{(1.01 \times 10^5 N \cdot m^{-2}) \times (2.24 \times 10^{-2} m^3)}{(1.38 \times 10^{-23} J \cdot K^{-1}) \times (273 K)}$$

$$\doteq 6.01 \times 10^{23}$$

$$(2) \left. \begin{array}{l} P_1 V_1 = n R T_1 \\ P_2 V_2 = n R T_2 \end{array} \right\} V_2 = \frac{n R T_2}{P_2} = \frac{P_1 V_1}{T_1} \frac{T_2}{P_2} = \left(\frac{P_1}{P_2} \cdot \frac{T_2}{T_1} \right) \cdot V_1$$

$$= \frac{1.00}{1.20} \times \frac{273+100}{273} \times 2.24 \times 10^{-2} m^3$$

$$\doteq 2.55 \times 10^{-2} m^3$$

P.77

4 気体の体積 V' [l], 圧力 P' [atm], 温度 T [K], モル数 n の関係式を $P'V' = nR'T$ と書くとき, 比例定数 R' を求めなさい. $1 \text{ atm} = 1 \text{ 気圧} = 1.01325 \times 10^5 \text{ Pa}$ としなさい.

(解) V [m³], P [Pa] のときの状態方程式は
 $PV = nRT \dots \textcircled{1}$ ($R \doteq \frac{8.3 \text{ J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$)

P と P' の関係は $P = P'C$ とおいて C を決める。
 $P' = 1 \text{ atm}$ のとき $P = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$ であるから
 $P = P' \times (1.013 \times 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{atm}}) \dots \textcircled{2}$

同様に

$$V = V' \times (10^{-3} \text{ m}^3/\text{l}) \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{2}$ $\textcircled{3}$ を $\textcircled{1}$ に代入

$$(P' \times 1.013 \times 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{atm}}) \times (V' \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{l}}) = nRT \dots \textcircled{4}$$

→ 一方, 題意より

$$P'V' = nR'T \dots \textcircled{5}$$

$\textcircled{4}$ を $\textcircled{5}$ の辺々割ると

$$1.013 \times 10^5 \frac{\text{Pa}}{\text{atm}} \times 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{l}} = \frac{R}{R'}$$

$$\therefore R' = \frac{\text{atm}}{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}} \times \frac{\text{l}}{10^{-3} \text{ m}^3} \times R$$

$$\doteq 8.2 \times 10^{-2} \frac{\text{atm} \cdot \text{l}}{\text{mol} \cdot \text{K}}$$

P.77

5 1 気圧 100 °C の水蒸気の分子間距離を求め, 分子の大きさの約何倍になっているか計算しなさい. ただし, 水分子の直径が約 $4 \times 10^{-10} \text{ m}$ であるとしなさい.

(解) 1 mol を考える。分子数 $N = N_A$ (アボガドロ数)。分子1個あたりの体積 V/N_A
 の分子間距離

を状態方程式を用いて表わすと

$$\frac{V}{N_A} = \frac{1}{P} \left(\frac{R}{N_A} \right) T = \frac{RT}{P}$$

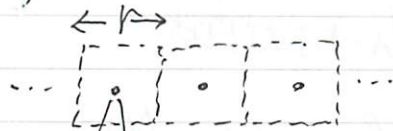
$$= \frac{(1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}) \times (373 \text{ K})}{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}} = \frac{1.38 \times 10^{-23} \times 373 \text{ J}}{1.013 \times 10^5 \text{ Pa}}$$

$$\doteq 51 \times 10^{-27} \text{ m}^3$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{J} = \text{N} \cdot \text{m} \\ \text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \end{array} \right\}$$

分子を簡単のため長さ l の立方体と考えると

$$l^3 \doteq 51 \times 10^{-27} \text{ m}^3 \rightarrow l \doteq (51 \times 10^{-27} \text{ m}^3)^{1/3} = 3.71 \times 10^{-9} \text{ m}$$



分子1個の直径 $2R \doteq 4 \times 10^{-10} \text{ m}$

$$\rightarrow \frac{l}{2R} = \frac{3.71 \times 10^{-9} \text{ m}}{4 \times 10^{-10} \text{ m}} \doteq 10$$

(分子の集団としての気体もほとんど"球"か!)

p.78
1

6 質量 m 、速度 $(v_0, 0, 0)$ の分子 A と、質量 m 、速度 $(-2v_0, 0, 0)$ の分子 B が正面衝突する。エネルギーが保存しているとすると、分子 A の速度が $(-2v_0, 0, 0)$ になることを示しなさい。

(= 弾性衝突とすると)

p.78

7 速度 $(-V, 0, 0)$ で近づいてくる壁に、速度 $(v_0, 0, 0)$ の分子が衝突すると、衝突後の速度はどうなるか。エネルギーが保存する弾性衝突をすると仮定しなさい。また、 y 、 z 方向の速度は変化しないとしなさい。

p.79

8 質量 100 g のアルミニウム球を熱して 100°C にし、 15°C の水 180 g が入っている熱量計に入れたところ、温度が 23°C になった。熱量計の容器とかき混ぜ棒の熱容量を 28 cal/K として、アルミニウムの比熱を求めなさい。ただし、水の比熱は $1 \text{ cal/(g}\cdot\text{K)}$ である。

p.79

9 問 8 で求めたアルミニウムの比熱から、モル比熱を求めなさい。アルミニウムの分子量を 27 としなさい。

P.77 10 問 9 で求めたモル比熱が、大体 $3R$ に等しいことを確かめなさい。

P.79 11 10°C の水 1kg を 80°C にするのに必要な熱は 100kg の物体を何 m もち上げる仕事に相当するか。

P.81 12 1mol の気体が容器に入っている。圧力が 1.0 気圧、体積が $2.24 \times 10^{-2}\text{m}^3$ である。この気体分子の重心の運動エネルギーの平均はいくらか。温度を変えずに圧力を 2 倍にすると、重心の運動エネルギーはどうなるか。

p.82 13 0°Cの水素の場合、分子の平均の速さはいくらか。ただし、水素分子の分子量は2であるから、水素分子の質量は $m = 2 \times 10^{-3} / (6 \times 10^{23})$ kg である。 $k = 1.38 \times 10^{-23}$ J/K

(解) 分子1個の平均運動エネルギーの公式より

$$\frac{m}{2} \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} kT$$

$$\rightarrow \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \times 273 \text{ K} \times 6 \times 10^{23}}{2 \times 10^{-3} \text{ kg}}}$$

$$= \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 273 \times 6}{2} \times 10^{-23+23+3} \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$\doteq 1.8 \times 10^3 \text{ m/s} (= 1800 \text{ m/s})$$

$\therefore \frac{\text{J}}{\text{kg}} = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{\text{kg}} = \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$

p.83

14 1モルの水素ガスが容器に入っている。圧力が1.0気圧、体積が $2.24 \times 10^{-2} \text{ m}^3$ である。水素分子の運動エネルギーの平均はいくらか。回転の運動エネルギーも考慮しなさい (アボガドロ数を 6×10^{23} としなさい)。

たぶん、
 $1 \text{ atm} = 1.013 \times 10^5 \text{ Pa}$
 $\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$

(解) 自由度 f の分子の平均運動エネルギー $\langle E_k \rangle$ は

$$\langle E_k \rangle = \frac{f}{2} kT \dots \textcircled{1}$$

ボルツマン定数

$E_k \equiv \text{kinetic energy}$
 運動エネルギー

水素ガスは2原子分子 (H_2) だから、自由度は重心運動が3、回転の方位角が2の合計 $f = 5$ である。一方、状態方程式より

$$PV = RT \rightarrow \frac{PV}{N_A} = \left(\frac{R}{N_A}\right) T = kT \dots \textcircled{2}$$

②を①に代入し、具体的数値を用いて計算すると

$$\langle E_k \rangle = \frac{5}{2} \times \frac{PV}{N_A}$$

$$= \frac{5}{2} \times \frac{(1.0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}) \times (2.24 \times 10^{-2} \text{ m}^3)}{6 \times 10^{23}}$$

$$\doteq 9.3 \times 10^{-21} \text{ J}$$

$\text{N} \cdot \text{m} \equiv \text{J}$

p.84

15 アルミニウムのモル比熱を計算しなさい。次に、分子量が27であることを使って比熱を計算しなさい。

(解) 固体の内部エネルギー $U = 3nRT$

$$\text{J} \doteq \frac{1}{4.2} \text{ cal}$$

モル比熱 $C \rightarrow \Delta U = C \cdot \Delta T \therefore C = 3R = 24.9 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$

比熱 c ; $mc = C \rightarrow c = \frac{C}{m} = \frac{24.9 \text{ J}}{27 \text{ g}} \cdot \frac{1}{\text{mol} \cdot \text{K}} = \frac{24.9}{27} \frac{\text{J}}{\text{g} \cdot \text{K}}$

(17.1) $\doteq 0.22 \text{ cal/(g} \cdot \text{K)}$

No.

Date

