[1] 速度と加速度

問1 @p.2 テキスト(潮秀樹, 上村洸「やさしい基礎物理」第2版(森北出版, 2014年) 以下, 同じ。

$1km = 1000m \rightarrow \boxed{1m = \frac{1km}{1000}}$　　$1h = 60\times 60s = 3600s \rightarrow \boxed{1s = \frac{1}{3600}h}$

(≒1.6km)

(解) $\Delta x = 1600m$, $\Delta t = 1m.20s = 80s$ $\left(= \frac{80}{3600}h\right)$

$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

$= \frac{160m}{80s} = 20m/s$, $\left(= \frac{1.6km}{\left(\frac{80}{3600}h\right)} = \frac{1.6\times 3600}{80}\frac{km}{h} = 1.6\times 45\frac{km}{h} = 72km/h\right)$

or

=

$45 \times 1.6 = 270,\ 45 \rightarrow 72.0$

p.2

問 1 高速道路を走っている自動車が長さ 1600 m のトンネルを 1 分 20 秒で通過した．自動車が等速で走っているとして，その速度を m/s と km/h の単位で求めなさい．

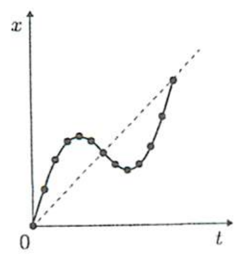
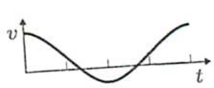


図 1.2　負の速度

p.3

問 2 図 1.2 のような運動の場合，速度はどうなるか．速度のグラフの大体の形を書きなさい．

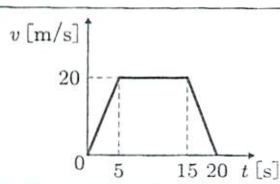
問 2


$v \doteqdot \frac{\Delta x}{\Delta t}$　∴ 初 +, 0, −, 0, +

傾きの挙動

p.4

問 3 電車の速度が右図のように変化したとき，20 秒間に電車が動いた距離はいくらか．



問 3 $\frac{20\times 5}{2} + 20\times(15-5) + \frac{20\times(20-15)}{2} = 300\,\mathrm{m}$

$\frac{m}{s}\cdot s$

等加速度の場合に, 変位 = v-t図の面積

$v_1\Delta t_1 + \cdot$

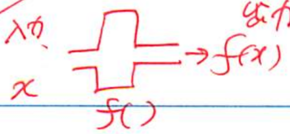
No.

Date

No. 2/62
Date 2015 4 16

(補足) 関数の概念の復習 → $f=f(x)$, $f'=\frac{df}{dx}$

∵ $y=y(x)$ 高校



("自動販売機")

$f(t)$でも同じ公式! 便利

P.4

4 時刻 t の位置 $x(t)$ が $x=(a_0/2)t^2+v_0t+x_0$ であるとき，速度 $v(t)$ を求めなさい．

ただし，a_0, v_0, x_0 を一定とする (微分演)

問 4 $v(t)=dx/dt=a_0t+v_0$

$=\lim_{\Delta x\to 0}\frac{\Delta x}{\Delta t}$

P.5

5 時刻 t の位置 $x(t)$ が $x=A\cos\omega t$ であるとき，速度 $v(t)$ を求めなさい．

(ただし，A, ω を一定とする。)

微分 $\frac{d\cos x}{dx}=-\sin x$ ($d\sin x/dx=+\cos x$)

問 5 $v(t)=dx/dt=-A\omega\sin\omega t$

合成関数の微分の公式：$f=f(x)$，$g=g(f)$のとき，$g=g[f(x)]=g(x)$

$g'=\frac{dg}{dx}=\frac{dg}{df}\frac{df}{dg}$

今，$f(t)=\omega t$，$g(t)=A\cos f$

P.5

6 時刻 t の速度が $v(t)=a_0t+v_0$ であるとき，式 (1.4) を使って，位置 $x(t)$ を求めなさい．ただし，時刻 0 のときの座標は x_0 であるとしなさい． ただし，a_0, v_0：一定

微分

問 6 $x=(a_0/2)t^2+v_0t+x_0$

$$x(t)-x_0=\int_0^t v(t')dt'$$
$$=\left[\frac{1}{2}a_0t^2+v_0t\right]_0^t$$
$$=\frac{1}{2}a_0t^2+v_0t$$

$$\therefore x(t)=\frac{1}{2}a_0t^2+v_0t+x_0 \,/\!/$$

P.5

7 時刻 t の速度が $v(t)=-A\omega\sin\omega t$ であるとき，位置 $x(t)$ を求めなさい．ただし，時刻 0 のときの座標は $x=0$ であるとしなさい． ただして．A, ω：一定

微分

問 7 $x(t)=A\cos\omega t-A$

$$x(t)-0=\int_0^t v(t')dt'$$
$$=[A\cdot\cos(\omega t)]_0^t$$
$$=A\cos(\omega t)-A$$

$$x(t)=A\cos(\omega t)-A \,/\!/$$

P.5

8 静止していた自動車が 5 秒後に速度が 10 m/s になった．同じ割合で速度が増えているとして，加速度を求めなさい．

問 8 $2\,\mathrm{m/s^2}$

$$\frac{10\,\mathrm{m/s}-0}{5\,\mathrm{s}}=2\,\mathrm{m/s^2}$$

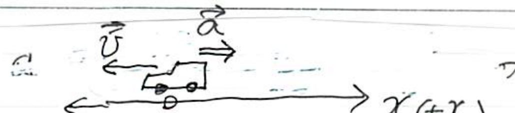
P.5

9 速度が負であり加速度が正である運動は，次のどちらか．
①負の方向へ動く自動車がアクセルを踏んだ．
②負の方向へ動く自動車がブレーキをかけた．

微分

( )

問 9 ②が正解



(∵) 負の方向 ≠ バック (=後方への運動)

左向き

負の方向 → $-x$の方向または x軸の負の方向 と言い換えるべき!

No.

Date

p.6

10 時刻 t の速度 $v(t)$ が $v(t)=a_0t+v_0$ であるとき，加速度 $a(t)$ を求めなさい．

問 10　$a(t)=a_0$

$$a(t) \fallingdotseq \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$= \frac{a_0(t+\Delta t)+v_0-(a_0t+v_0)}{\Delta t} = a_0$$

p.6

11 時刻 t の加速度が $a(t)=a_0$ であるとき，速度 $v(t)$ を求めなさい．ただし，時刻 0 のときの速度は v_0 であるとしなさい．

問 11　$v(t)=a_0t+v_0$

$$v(t)-v_0 = \cancel{a(t)} \cdot a_0 \cdot t$$

$$\therefore v(t) = a_0t+v_0$$

p.6

12 時刻 t の速度 $v(t)$ が $v(t)=-A\omega\sin\omega t$ であるとき，加速度 $a(t)$ を求めなさい．

微分

問 12　$a(t)=\mathrm{d}v/\mathrm{d}t=-A\omega^2\cos\omega t$

$$= \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \partial$$

p.6

13 時刻 t の加速度が $a(t)=-A\omega^2\cos\omega t$ であるとき，速度 $v(t)$ を求めなさい．ただし，時刻 0 のときの速度は $v=0$ であるとしなさい．

積分

問 13　$v(t)=-A\omega\sin\omega t$

$$v(t)-0 = \int_0^t a(t')\,dt'$$

$$= \left[-A\omega \cdot \sin(\omega t)\right]_0^t$$

$$= -A\omega\sin(\omega t)$$

$$v(t) = -A\omega \cdot \sin(\omega t) \;/\!/$$

p.7 ○

14 速度 12 m/s で動いていた自動車が，ブレーキをかけたところ 18 m 動いて止まった．等加速度運動であったと仮定して，止まった時刻 t_s と加速度 a_0 を求めなさい．ただし，ブレーキをかけ始めた時刻を $t=0$ とする．

○

問 14　$(a_0/2)t_s^2+12t_s=18$，$a_0t_s+12=0$
より，$t_s=3$ s，$a_0=-4\ \mathrm{m/s^2}$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}a_0(t_s)^2 + 12\frac{m}{s}\cdot t_s = 18m & \text{—①} \\ a_0 \cdot t_s + 12\frac{m}{s} = 0 & \cdots② \end{cases}$$

①,②の式をよく見て，
②より $a_0t_s = -12\frac{m}{s}$ …③
③を ①× a_0 に代入

$$\frac{1}{2}\left(-12\frac{m}{s}\right)^2 + 12\frac{m}{s}\left(-12\frac{m}{s}\right) = a_0 \cdot 18m$$

$$\rightarrow -\frac{1}{2}\times 144\left(\frac{m}{s}\right)^2 = a_0 \cdot 18m$$

$$\boxed{a_0 = -4\frac{m}{s^2}}$$

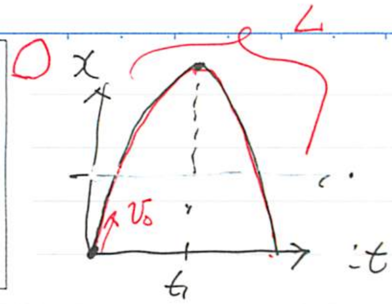
$$t_s = -\frac{12}{a_0}\frac{m}{s} \quad \therefore \boxed{t_s = 3s}$$

No.

Date

P. 7

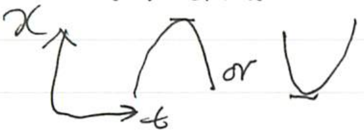
15 時刻 $t=0\,\mathrm{s}$ のとき，位置が $x=0\,\mathrm{m}$，速度が $v=5\,\mathrm{m/s}$ であった物体が，等加速度運動を続け，時刻 $t=10\,\mathrm{s}$ のとき，位置が $x=0\,\mathrm{m}$ となった．次の問に答えなさい．
（1） 加速度 a はいくらか．
（2） 座標 x が一番大きくなる時刻 t_1 はいくらか．
［ヒント：x が最大となる時刻を数学的に求めてもよいが，速度が正から負に変わるとき(ゼロになるとき)に x が最大となることを使うと計算が楽である．］
（3） 時刻 t_1 における座標 x_1 はいくらか．
（4） $t=0\,\mathrm{s}$ から $t=10\,\mathrm{s}$ までの 10 秒間に動いた距離 L はいくらか． 変位ではない



問 15 （1） $(a/2)\times 10^2+5\times 10=0$ より $a=-1\,\mathrm{m/s^2}$
（2） $-1\times t_1+5=0$ より $t_1=5\,\mathrm{s}$
（3） $(-1/2)\times 5^2+5\times 5=12.5\,\mathrm{m}$
（4） $L=x(t_1)+|x(10)-x(t_1)|=25\,\mathrm{m}$

(1) 公式(1.10) $x(t)=\frac{a_0}{2}t^2+v_0t+x_0$ において．
$x_0=0,\ v_0=5\frac{m}{s}$
$t=10s$ のとき $x(t)=0$
$=\frac{1}{2}a_0(10s)^2+5\frac{m}{s}(10s)+0$
$\rightarrow \boxed{a_0=-1\frac{m}{s^2}}$

(2) $x(t)$ は t の2次関数(放物線)であるから



x が極値のとき，$\left(\frac{dx}{dt}=0\right)$
$0=v(t_1)$
$=a_0\cdot t_1+v_0$

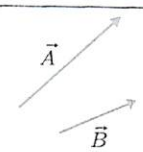
$\boxed{t_1=-\frac{v_0}{a_0}=+5s}$

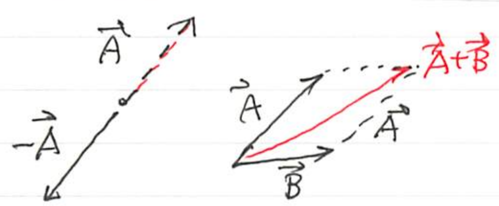
(3) $\boxed{x(t_1)=-\frac{1}{2}\frac{m}{s^2}\times(5s)^2+5\frac{m}{s}\cdot 5s+0}$
$=+12.5m$

(4) $a_0<0$ であることに注意．

P. 9

16 右図に示したベクトル $\vec{A}$，$\vec{B}$ に対して，次のベクトルを作図しなさい．
(1) $-\vec{A}$　(2) $\vec{A}+\vec{B}$　(3) $\vec{A}-\vec{B}$　(4) $\vec{B}-\vec{A}$





P. 9

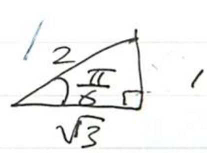
17 x 軸と $-30°$ の方向に，速さ v が $10\,\mathrm{m/s}$ で動いている物体の速度の x 成分と y 成分を求めなさい．

問 17 $v_x=5\sqrt{3}\,\mathrm{m/s}$，$v_y=-5\,\mathrm{m/s}$

$30°=\frac{\pi}{6}$ (ラジアン表示も勧めること！)
radian

$v_x=v\cdot\cos\theta$
$=10\frac{m}{s}\cdot\cos(-30°)=10\frac{m}{s}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\frac{m}{s}$　$(\sqrt{3}\fallingdotseq 1.732\cdots)$

$v_y=v\cdot\sin\theta$
$=10\frac{m}{s}\cdot\sin(-30°)=10\frac{m}{s}\times\left(-\frac{1}{2}\right)$
$=-5\frac{m}{s}$

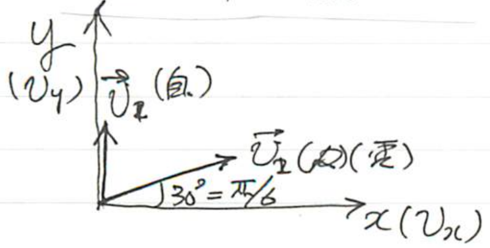


No.

Date

p.11 **18** 20 m/s の速度で x 軸から y 軸方向へ 30° の方向に動いている電車に乗っている人が，y 軸方向へ 10 m/s の速度で動く自動車を見ると，自動車の速度 (相対速度という) はいくらか，相対速度の x 成分，y 成分，相対速度の大きさ，方向を答えなさい．

問 18 $v_x = -10\sqrt{3}\,\mathrm{m/s}$，$v_y = 0$，$v = 10\sqrt{3}\,\mathrm{m/s}$，$-x$ 方向



$$\vec{v}_1' \equiv \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

$$\rightarrow v_x \equiv v_{1x}' = v_{1x} - v_{2x} = 0 - v_2 \cdot \cos\frac{\pi}{6} = -20\frac{m}{s} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -10\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

$$v_y \equiv v_{1y}' = v_{1y} - v_{2y} = 10\frac{m}{s} - v_2 \cdot \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = 10\frac{m}{s} - 10\frac{m}{s} = 0$$

$$v_1' \equiv \sqrt{v_{1x}'^2 + v_{1y}'^2} = 10\sqrt{3}\frac{m}{s}$$

$$\tan\theta = \frac{v_{1y}'}{v_{1x}'} = 0$$

$\theta = 0$ or π

$\pi \rightarrow -x$ 方向

p.12 **19** 位置座標が $x(t) = v_{x0}t + x_0$，$y(t) = -(g/2)t^2 + v_{y0}t + y_0$ であるとき，速度と加速度を求めなさい．

v_{x0}, v_{y0}, x_0, y_0 : 一定　微積分

問 19 $v_x = \mathrm{d}x/\mathrm{d}t = v_{x0}$，$v_y = \mathrm{d}y/\mathrm{d}t = -gt + v_{y0}$，$a_x = \mathrm{d}v_x/\mathrm{d}t = 0$，$a_y = \mathrm{d}v_y/\mathrm{d}t = -g$

p.12 **20** 速度が $v_x = v_1$，$v_y = v_2 + a_0 t$ であるとき，位置ベクトルはどう表されるか．ただし，$x(0) = x_0$，$y(0) = y_0$ としなさい．

a_0, v_1, v_2, x_0, y_0 : 一定　微積分

問 20 $x(t) = x(0) + \int_0^t v_x(t')\,\mathrm{d}t' = x_0 + v_1 t$，$y(t) = y(0) + \int_0^t v_y(t')\,\mathrm{d}t' = y_0 + v_2 t + (1/2)a_0 t^2$

$$x(t) - x(0) = \int_0^t v_x(t')\,dt' = v_1 t \rightarrow x(t) = v_1 t + x_0$$

$$y(t) - y(0) = \int_0^t v_y(t')\,dt' = v_2 t + \frac{1}{2}a_0 t^2 \rightarrow y(t) = \frac{1}{2}a_0 t^2 + v_2 t + y_0$$

p.13 **21** 半径 3 m の円周上を 2 秒で一周している物体の速度と加速度の大きさを求めなさい．

問 21 $v = 2 \times 3.14 \times 3/2 = 9.42\,\mathrm{m/s}$，$a = (2 \times 3.14)^2 \times 3/2^2 \simeq 29.6\,\mathrm{m/s^2}$

$$r = 3m,\ T = 2s \rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\times 3.14}{2s} = 3.14\,s^{-1}$$

$$\rightarrow v = r\omega = r \cdot \frac{2\pi}{T} = 3m\,\frac{2\times 3.14}{2s} = 9.42\frac{m}{s}$$

a

$$a = v\omega = r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = 3m \times \left(\frac{2\pi}{2s}\right)^2 = 3m \times (3.14)^2\frac{1}{s^2} = 29.6\frac{m}{s^2}$$

($\pi^2 \fallingdotseq 10$ for check)

No.

Date

区別しておこう {加速度ベクトル ⇒ / 速度ベクトル →}

P.13

22 長さ 1 m の糸の一端に質量 3 kg の小球をつけ，他端をもって水平面上を，2 秒間に一回転の割合で回転させるとき次の問に答えなさい．糸も，小球も同一水平面内にあるとしなさい．[（4）と（5）は 1.2.2 項を学習後に解答しなさい．] 省

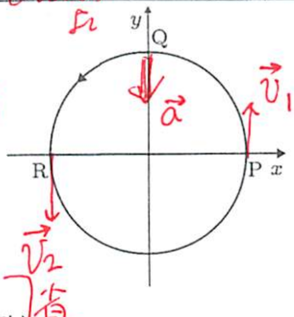
（1） 小球の速さ v はいくらか．

（2） P 点にあった小球が 1 秒後に R 点まで動いた．平均の加速度 $\bar{a}_x$，$\bar{a}_y$ はいくらか．

（3） Q 点における小球の（瞬間の）加速度を表すベクトルの方向を示しなさい．

[（4） R 点で糸が小球を引く張力 F_x，F_y を求めなさい．

（5） P 点で糸が切れたとき小球が飛んでいく方向を示しなさい．] 省



問 22 （1） $\{(2 \times 3.14 \times 1)/2\} = 3.14\,\mathrm{m/s}$

（2） $\bar{a}_x = 0$, $\bar{a}_y = (v_{2y} - v_{1y})/\Delta t$

$= \{(-3.14 - 3.14)/1\} = -6.28\,\mathrm{m/s^2}$

（3） Q から原点へ向かう方向

（4） $\boxed{F_x = ma_x} = mr(2\pi/T)^2 = 3 \times 1 \times \{(2 \times 3.14)/2\}^2 \simeq 29.6\,\mathrm{N}$, $F_y = 0$

（5） まっすぐ y 方向

(1) $T = 2\,\mathrm{s}$, $r = 1\,\mathrm{m}$

$$\rightarrow v_1 = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2 \times 3.14 \times \mathrm{m}}{2\,\mathrm{s}} = 3.14\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

(2) $\vec{v}_1 = (0, v_{1y})$ at P

$\vec{v}_2 = (0, v_{2y})$ at R

$$\overline{a_x} = \frac{0 - 0}{\Delta t} = 0$$

$$\overline{a_y} = \frac{v_{2y} - v_{1y}}{\Delta t} = \frac{-3.14\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 3.14\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{s}} = -6.28\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

P.13 **23** 式 (1.44)，(1.45) を証明しなさい．
[ヒント：$\cos^2 2\pi t/T + \sin^2 2\pi t/T = 1$ を使う．] 微積分

$x = r\cos(\omega t)$, $\left(\omega = \frac{2\pi}{T}\right)$

$y = r\sin(\omega t)$ $(r, \omega$ 一定$)$

$$\rightarrow \begin{cases} v_x = -r\omega \cdot \sin(\omega t) \\ v_y = +r\omega \cdot \cos(\omega t) \end{cases}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = -r\omega^2\cos(\omega t)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = -r\omega^2\sin(\omega t)$$

$$\rightarrow a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = r\omega^2 = r\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2$$

P.13 **24** 位置と速度が直交することを示しなさい．
[ヒント：$\vec{r} \cdot \vec{v} = xv_x + yv_y = 0$ を示せばよい．] 微積分

$$\vec{r} \cdot \vec{v} = x \cdot v_x + y \cdot v_y$$

$$= r\cos(\omega t) \cdot (-r\omega) \cdot \sin(\omega t) + r\sin(\omega t) \cdot (r\omega) \cdot \cos(\omega t) = 0$$

P.13 **25** 加速度が中心方向であることを示しなさい．
[ヒント：$\vec{a} = -\omega^2\vec{r}$ を示せばよい．] 微積分

$$\left.\begin{aligned} a_x &= -\omega^2 x \\ a_y &= -\omega^2 y \end{aligned}\right\}, \quad \vec{a} = (a_x, a_y), \quad \vec{r} = (x, y)$$

$$\rightarrow \vec{a} = -\omega^2\vec{r}$$

No.

Date