1章力学の基本（潮・上村「やさしい基礎物理」）

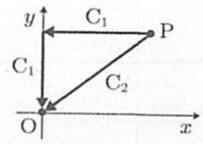
Date 2015.5.12-1

No.

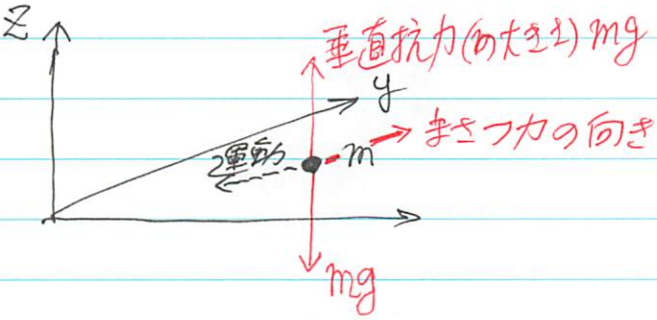
▷▶練習問題 1 pp.46-47

p.46

1.1 下図に示したように，質点が面内で，C_1，C_2 という道筋を通って P 点 (x_0, y_0) から O 点へ動くとき，摩擦力のする仕事 W_1，W_2 を求めなさい．ただし，摩擦力は，動く方向と逆向きで，大きさは $\mu' mg$ であるとしなさい．



（解）摩擦力の向きは運動の向きと必ず逆向きなるので，そのなす仕事は負（マイナス）の値になる。そして，題意の「面内」とは水平面であると明示してはいないが，「（動）まさつ力の大きさを $\mu' mg$ であるとしなさい」とことわっているので，水平面とみなすべきである。



いずれも垂直抗力の大きさは mg で まさつ力の大きさは $\mu' mg$ で一定 だから

$P \xrightarrow{C_1} O$:

$$W_1 = (-)\,\mu' mg\,(x_0 + y_0)$$

$P \xrightarrow{C_2} O$:

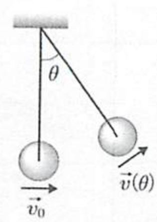
$$W_2 = (-)\,\mu' mg\sqrt{x_0^2 + y_0^2}$$

備考：重力と運動の向きは直交しているので，重力自身は仕事をしないことに注意する！

（まさつ力のなす仕事は経路に依存して異なるので，まさつ力は保存力ではないこと。
→力学的エネルギー保存則は成立しないが，（外力による）仕事・運動エネルギーの法則は成立する。）

p.46

1.2 下図のように，質量 m の質点を長さ l の糸の端につけ，天井から釣り下げる．糸が鉛直になっている状態で，質点に速度 v_0 を与える．糸が鉛直となす角が θ のとき，



(1) 速さ $v(\theta)$ はいくらになるか．

(2) 糸の張力 $F_T(\theta)$ はいくらになるか．

（解）重力は保存力であるから，力学的エネルギー保存則が成立する。

(1) 初めの位置をポテンシャル（位置エネルギー）の基準点とすると

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + 0 = \frac{1}{2}mv^2(\theta) + mg(l - l\cos\theta) \quad \cdots ①$$

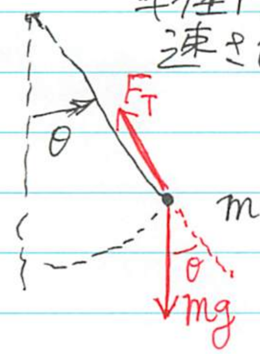
これより $v(\theta) = \sqrt{v_0^2 - 2gl(1-\cos\theta)}$. $\cdots ②$

弾性体力学では単位面積あたりの引っ張り力として定義される。

tension　tensional force

(2) 糸の張力 ―引っ張り力というべき― を F_T と記す。

半径rで速さvの円運動の中心向きの加速度(=向心加速度)は $\frac{v^2}{r}$ で、



重力の中心向き成分は $-mg\cos\theta$ だから、
この質点の向心向きの運動方程式は

$$m\frac{v^2}{l} = F_T - mg\cos\theta \cdots ③$$

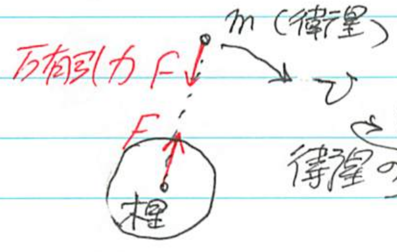
と書ける。②を③に代入すると

$$F_T = mg\cos\theta + \frac{m}{l}\{v_0^2 - 2gl(1-\cos\theta)\}$$

$$= \frac{mv_0^2}{l} + mg(3\cos\theta - 2) \cdots ③$$

(真上、$\theta=\pi$ のときにも、糸がたるまないためには $F_T(\theta=\pi) \geq 0$
すなわち、
$v_0 \geq \sqrt{5gl}$ でなければならない。)

P.4 **1.3** 木星の質量 M を測定するにはどうすればよいか.(ヒント:木星には質量 m の衛星があることを利用しなさい.) 数式等を使って,定量的に説明すること.



円軌道と仮定する
衛星の速さをv、軌道半径をrとすると
衛星の向心向きの運動方程式は

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{Mm}{r^2} \cdots ①$$

G: 万有引力定数

一方、周期Tは

$$T = \frac{2\pi r}{v} \cdots ②$$

②を①に代入して

$$M = v^2 \cdot \frac{r}{G} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \frac{r}{G}$$

$$\therefore M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2} \cdots ④$$

rとTを測定すれば、Mが決まる。

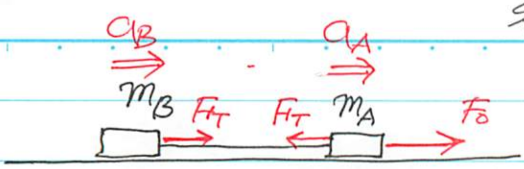
p.47

1.4 滑らかで水平な面の上に，二つの物体 A と B が糸で結ばれて置かれている．物体 A を糸に沿って力 F_0 で引っ張った．それぞれの運動方程式を書き，時刻 t の速度 $v_A(t)$，$v_B(t)$ を求めなさい．ただし，それぞれの質量を m_A，m_B としなさい．

Date 2015.5.12-3

No.

(解)



(鉛直方向の力は図示していない。)

糸の張力はA, Bについて作用反作用の関係である。

A, Bの加速度をそれぞれa_A, a_Bとすると、それぞれの運動方程式は次のように書ける。

$m_A a_A = F_0 - F_T$ …①

$m_B a_B = F_T$ …②

また、AとBは同じ糸で結ばれていて、伸縮しないとすると

$a_A = a_B$ …③

①+②で、③を用いると

$(m_A + m_B) a_A = F_0$

$\therefore a_A = \dfrac{F_0}{m_A + m_B}$ (一定)

$v_A(t) = v_B(t) = \left(\dfrac{F_0}{m_A + m_B}\right) t$ …④

②より $F_T = \left(\dfrac{m_B}{m_A + m_B}\right) F_0$ …⑤

と、張力も求まる。