filename=angular-mom-1-QA150530.tex

1. 国際単位 (SI 単位系) または MKS 単位系で、角速度 ω、角運動量 $\vec{\ell}$ の次元 (単位) を記せ。また、角運動量の次元がエネルギーの次元と時間の次元の積になっていること確かめよ。
2. 質量 m の粒子が、半径 r、角速度 ω で円運動している。このとき、角運動量の大きさ ℓ を求めよ。
3. m =100 kg, r=1 m, v=2 m/s のとき, θ=π/2 における角運動量の大きさ ℓ を求めよ。

(解答) (1) 角運動量 $\vec{\ell}$ の定義は

$$\vec{\ell} = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{r} \times \vec{p},$$

なので、次元は

$$\begin{aligned} [\vec{\ell}] &= \mathrm{m} \cdot \mathrm{kg} \cdot (\mathrm{m/s}) \\ &= \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-1}. \end{aligned}$$

一方、エネルギー E の次元は

$$\begin{aligned} [E] &= \mathrm{m} \cdot \mathrm{kg} \cdot (\mathrm{m/s}^2) \\ &= \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2}, \end{aligned}$$

従って、

$$[\ell] = [E] \times \mathrm{s}.$$

(2) 角運動量の大きさ ℓ は

$$\ell = r\ p \cdot \sin\theta \quad (\text{ただし、}\theta \text{ は } \vec{r} \text{ と} \vec{p} \text{のなす角})$$

円運動では $\theta = \pi/2$、$p = mv = mr\omega$ なので

$$\therefore\ \ \ell = mr^2\omega.$$

(3)

$$\ell = r \cdot mv = 1\mathrm{m} \times 100\mathrm{kg} \times 2\mathrm{m/s} = 200\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-1}.$$