

ある速度 v で走行していた乗用車が障害物に衝突したとする。

1. シートベルトを着けていない人がフロントガラスに頭をぶつけて、短い時間 Δt で止まった。頭の質量を m 、頭とフロントガラスの接触面積を A とする。運動量変化が、その間に働いた力の力積に等しいことを用いて、この短時間に働いた平均の力 \bar{F} と単位面積あたりに働く力を求めよ。
2. 具体的に、 $m = 8\text{kg}$, $v = 36\text{km/h}$, $\Delta t = 0.02\text{s}$, $A = 6 \times 10^{-4}\text{m}^2$ として、平均の力 \bar{F} と単位面積あたりに働く力を計算せよ。
3. 同じ速度で走行していた車の中で、シートベルトを着けていた体重 65kg の人は 0.5s かかって止まり、シートベルトの接触面積を 0.1m^2 として、平均の力と単位面積に作用する力を計算せよ。

(解答例)

1. ある時刻における物体の速度を v 、力の F の場合の運動方程式は $m dv/dt = F$ の両辺を時間について、 t_1 から t_2 まで積分することにより

$$m \int_{t_1}^{t_2} \frac{dv}{dt} dt = \int_{t_1}^{t_2} F dt, \quad (1)$$

$$\rightarrow mv_2 - mv_1 = \int_{t_1}^{t_2} F dt. \quad (v_1 \equiv v(t_1), v_2 \equiv v(t_2)) \quad (2)$$

題意より、 $v_1 = v, v_2 = 0$, および力は短時間 ($t_2 - t_1 = \Delta t$) のみ (初めの速度と逆向きに) 一定の力が働くと考えて

$$mv \approx \bar{F} \Delta t \rightarrow \bar{F} \approx \frac{mv}{\Delta t} \quad (3)$$

となる。したがって、単位面積あたりの力は

$$\frac{\bar{F}}{A} \approx \frac{mv}{A \cdot \Delta t} \quad (4)$$

2. 単位を SI 単位に変えた速度の値 $v = 36\text{km/h} = 10\text{m/s}$ を用いて

$$\bar{F} \approx \frac{8\text{kg} \times 10\text{m/s}}{0.02\text{s}} = 4,000\text{N}, \quad (5)$$

$$\frac{\bar{F}}{A} \approx \frac{4,000\text{N}}{6 \times 10^{-4}\text{m}^2} = 6.66 \times 10^6 \text{N} \cdot \text{m}^{-2} \quad (6)$$

となる。(単位面積あたりに働く力は非常に大きいので、ひどい負傷の原因となる!)

3. 前問と同様にして

$$\bar{F} \approx \frac{65\text{kg} \times 10\text{m/s}}{0.5\text{s}} = 1,300\text{N}, \quad (7)$$

$$\frac{\bar{F}}{A} \approx \frac{1,300\text{N}}{0.1\text{m}^2} = 1.3 \times 10^4 \text{N} \cdot \text{m}^{-2} \quad (8)$$

となる。(この例では、シートベルトをしていない人に比べて、単位面積あたりに働く力は数百分の1になるので、ひどい負傷をする確率は非常に小さくなる！)