

力と運動の法則

目次

- § 1. 自然[宇宙]の階層性
 - § 2. 力の階層性
 - § 3. 重力の基本的性質
 - § 4. 力の伝わり方—2つの考え方—
 - § 5. ニュートンの運動の3法則
 - § 6. 力の例: 摩擦力と垂直抗力
 - § 7. 力の例: 自動車の推進力と制動力
 - § 8. 力の例: 粘性抵抗力と慣性抵抗力
 - § 9. 運動の3法則の適用: 翼の揚力の理解
 - § 10. ニュートン力学の有効領域と限界
- 参考文献

§ 1. 自然[宇宙]の階層性

(われわれの)宇宙

|

銀河系

|

われわれの銀河

|

太陽

|

地球

|

巨視的物質、生物、人間

|

原子・分子

|

原子核

|

陽子・中性子

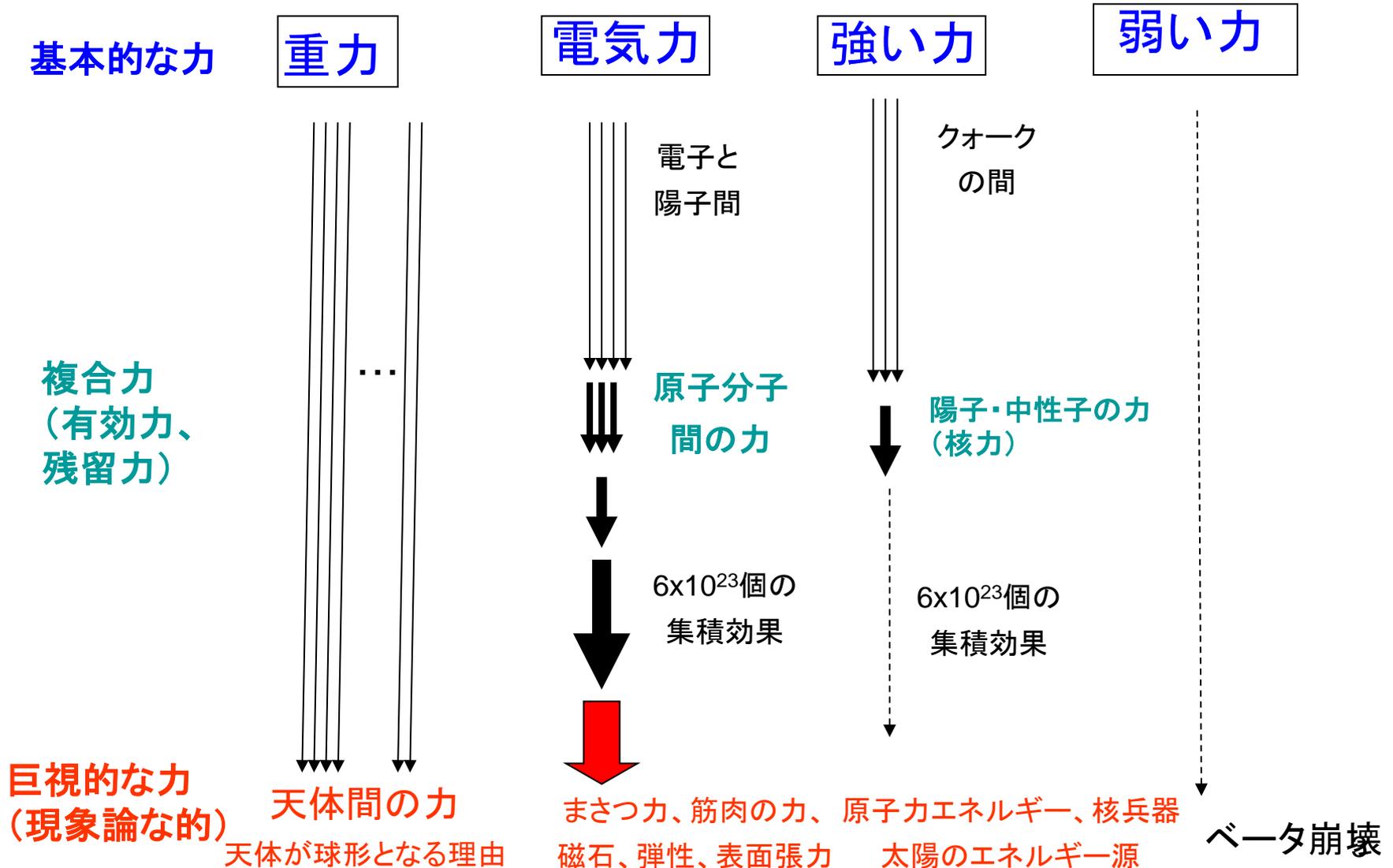
|

クォーク・レプトン

|

?

§ 2. 力の階層性



§ 3.重力の基本的性質

- 1.質量をもつすべての物体(粒子)の間に働く
- 2.距離の逆自乗に反比例する長距離力;遠達性
- 3.引力のみ(反発力はない)
- 4.重力の影響をゼロにすることは出来ない:非遮蔽性
- 5.質量の積に比例する;非線型性

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

(G=万有引力定数)

6. 重力の向きは二つの粒子を結ぶ線の向きに働く (中心力)

(\longleftrightarrow 非中心力: 小磁石間の力、分子間のファンデアワールス力は非中心力。核力にも非中心力としてテンソル力という重要な成分が知られている。)

重力の役割、影響

1. 宇宙レベルでの秩序の形成と運動に支配的な役割を果たしている。
2. 惑星としての地球
 - 1) 水素(水)分子を重力圏内にひきつけ、決して散逸させないだけの引力を生じる質量を地球はもっている。
 - 2) 地球磁場をつくる重力エネルギー
 - 3) 氷河期の原因のひとつとしての地球自転軸の傾き(自転と公転の相互作用)
3. 地球表面付近における流体の対流運動(大気, 海水など)
生物生存に不可欠なエアコンとしての大気などの対流運動
4. 地球表面付近での物質の凝集機構(凝結, 凝固)
5. 生物
 - 1) 受精卵における胚の形成における重力の方向の利用
 - 2) 体の平衡をとるための重力方向の利用(前庭の耳石器)
 - 3) 筋肉・関節・皮膚の感覚への重力の影響
 - 4) 骨のカルシウム成分の調節
 - 5) 心臓の機能への重力の影響
 - 6) 動物, 植物の成長への影響
 - 7) 人類の直立歩行の代償としての痔、低血圧、腰痛

§ 4.力の伝わり方—2つの考え方—

遠隔作用説(直達説): 直接に、無限大の速さで力が伝わる(と考える)
ニュートンなど(物質粒子が空虚な空間内で力を及ぼしあう)

近接作用説(媒達説): 力の作用が周囲の空間(=場)の変化を媒介として、
有限の速さで力が伝わる(と考える)
ファラディ、マックスウェルの電磁力など。
力のおよぶ空間(=場)は空虚ではなく、物理的実在である。
力の伝播速度は光速である。

5.ニュートンの[力と]運動の3法則

第1法則(慣性の法則)

物体は外部から力(作用)を受けない限り、その運動状態を維持する。
初め静止していたものは静止を続け、運動していたものは
その速度で等速直線運動を続ける。

第2法則(運動法則または運動方程式)

物体に外部から力(作用)が働くと、物体はその外力の向きにその大きさに
比例した加速度を生じる。比例係数の逆数を質量と呼ぶ。

$$m\vec{a} = \vec{F}$$

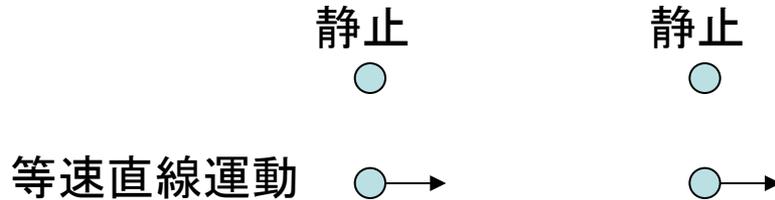
(外力が加わると、その物体の運動量の時間変化率は等しい)

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}, (\vec{p} \equiv m\vec{v})$$

第3法則(作用・反作用の法則、または力・反力の法則)

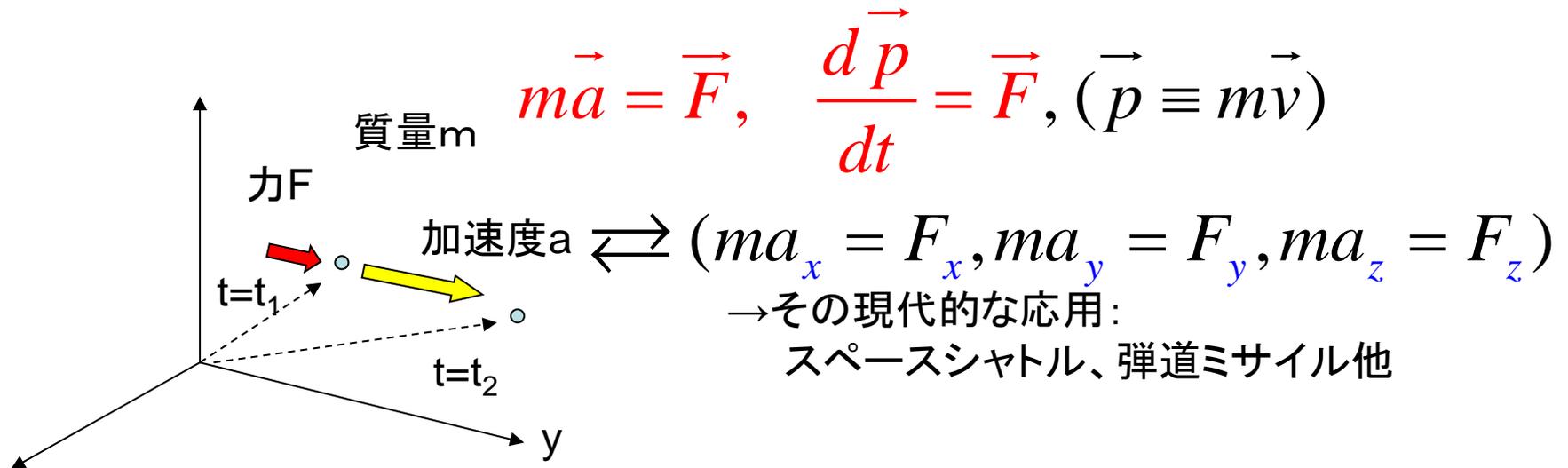
2つの物体がお互いに力(作用)を及ぼしあう場合、その大きさは等しく、
向きは逆向きである。

第1法則(慣性の法則)について



- (1) 外力がなくても、物体は運動が可能であること。
- (2) 静止と等速直線運動(等速度運動)を統一的にとらえたこと。
- (3) 前提として、空間は等質・無限であり、物体の運動にも、時間にも依存しないと考える。
- (4) 同じく、時間は始まりも終わりもなく等質・無限であると考ええる。
- (5) 第二法則(運動方程式)を考える際、慣性の法則が成立する座標系(=慣性座標系、または慣性系)を、地面を近似的な慣性系とみなすなど適当に(近似的に)想定し、その座標系から加速度、力を考える。
- (6) 地球は毎秒約30キロメートルの速度で太陽のまわりを公転しているので、知っていても知らなくても、私たちは毎日、慣性の法則を体験していることになる。
- (7) 第二法則で、外力 $F=0$ と置くと、加速度ゼロ、すなわち、静止または等速度になる。
- (8) 孤立した2粒子系内の合力は相殺しなければならない。

第2法則(運動方程式)について



(1) 任意の時刻において成立する。

(2) 運動方程式はベクトル量の関係式であるので、種々の座標表示に対して成立する。

(3) 同様に、特定の座標表示の場合、各成分ごとに成立する。

(4) 2つ以上の力が働いていても成立する。

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 \equiv \vec{F}$$

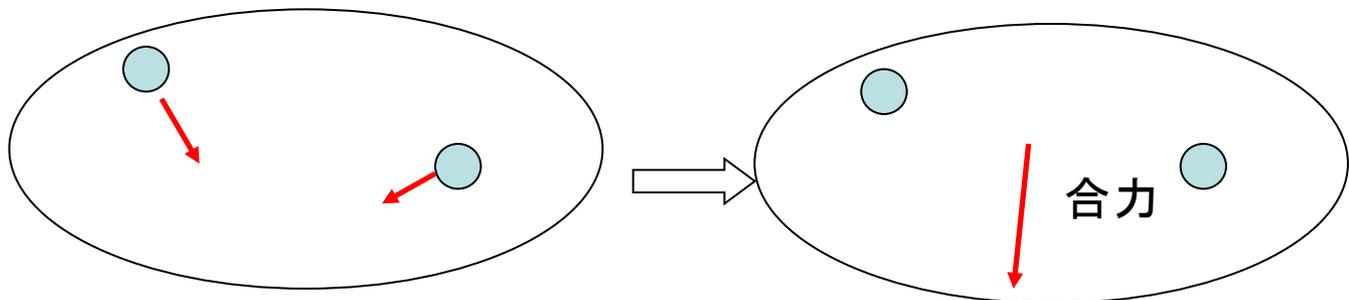
(5) 力は一定であっても、変位に比例して、距離の2乗に反比例しても、速度(またはその2乗)に比例していてもよい。言い換えると、運動法則によって、力学的運動の見かけ上の複雑さの一部は力の種類の多様性に還元された。

他の一部は微分方程式としての運動法則における初期条件の多様性に還元された。

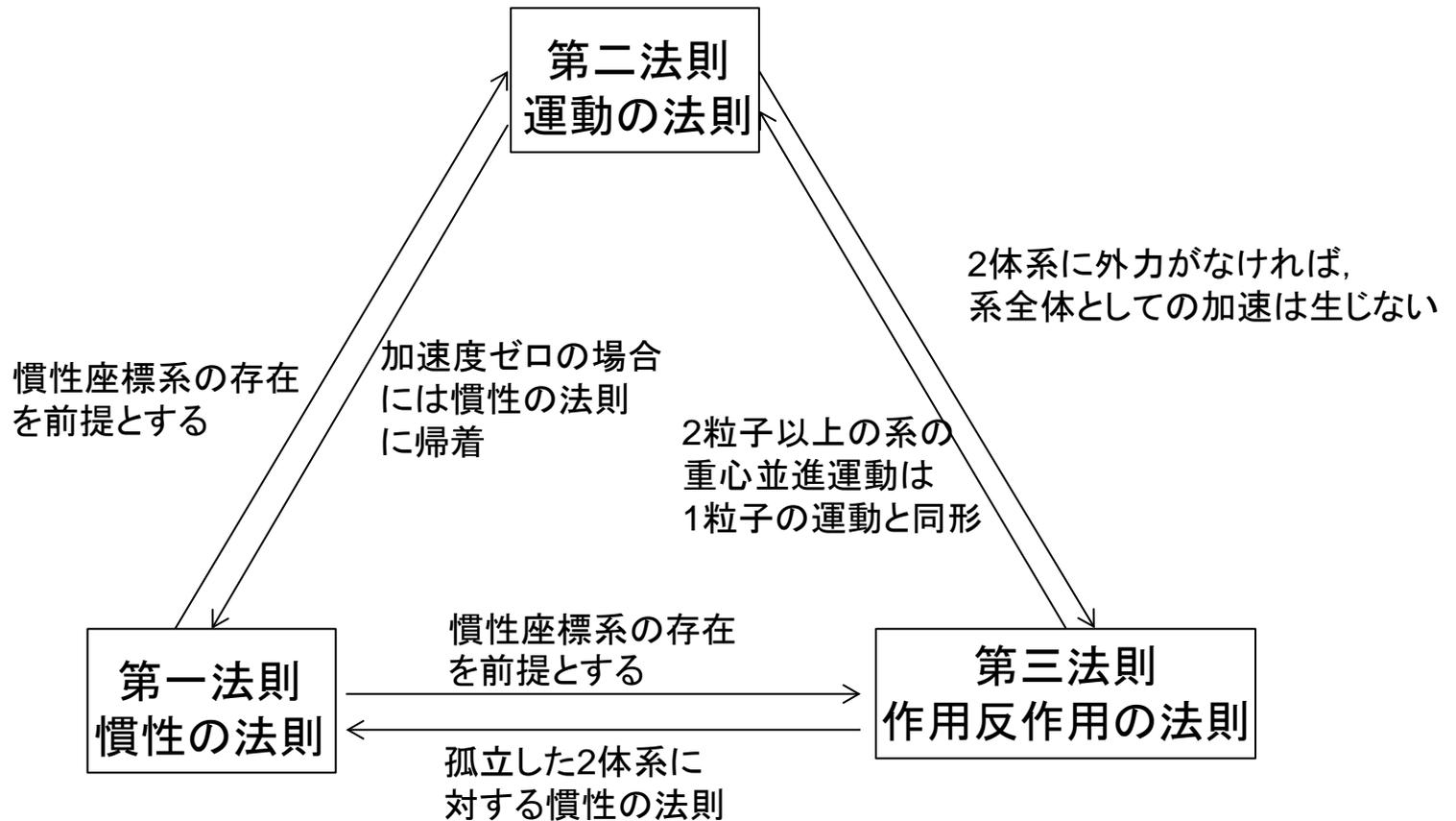
第3法則(作用反作用の法則)について



- (1) 任意の時刻において成立する。
- (2) 2つの物体は接触していても、離れていてもよい。
- (3) 2つの物体は静止していても運動していても成立する。
- (4) 3つ以上の物体(粒子)の集まりの場合、その中の2つの物体間で及ぼしあう力について成立する。
- (5) 孤立した2粒子系で、この第3法則が成立せず、2つの合力が発生し、特定の向きに自主的に運動し始めることになり、第1法則と矛盾することになる。



3つの法則は相互に関連している(補強しあっている)



§ 6. 力の例：摩擦力と垂直抗力

垂直抗力

われわれは地面の上に立つことはできるが、水面や泥沼の上に立つことはできない。その理由はわれわれに作用する重力につりあう、逆向きの力を地面から受けるからである。これを垂直抗力(normal force)という。垂直抗力は電気力が起源となる莫大な個数の原子または分子間の相互作用の集積効果である。水面や泥沼は垂直抗力を生じない。

摩擦と何か？

身の回りには摩擦だらけである。摩擦がなければ立つことも鉛筆で文字を書くもできない。ある一様な環境のもとにある粒子の運動を考える。この粒子(着目系)は、真空など特殊な環境を除いて、一般には回りの大きな自由度(熱浴(heat bath)または環境系)と相互作用して、エネルギーは運動量のやり取りが起こる。熱浴との衝突により、粒子は熱浴から実効的な力を受け、その運動はそのたびに変わるだろうが、この力の向きはランダムであり、粒子の運動が妨げられるとは限らない。よって個々の衝突のスケールでみる限り、摩擦力と呼ぶにふさわしい力などはない！

摩擦力は我々の視点により変わってくる！

或る程度長い時間スケールにおける平均的な力

固体間の摩擦についてのクーロン・アーモントの(経験的)法則

- 1) 摩擦力は見かけの接触面積に依らない(依存しない)。
- 2) 摩擦力の大きさは接触面にかかる垂直抗力の大きさに比例する。
- 3) 動摩擦力は最大静止摩擦力より小さく、速度に依存しない。

16世紀、レオナルド・ダビンチが発見していた。

18世紀、クーロンとアーモンにより再発見された。

摩擦の原因と理解

凸凹説: 固体の表面はどんなに平らに見えても、細かくみれば、凸凹している。

面を接する二つの固体を相対運動させるときは、重力に逆らって、その凸凹を乗り越えさせねばならない。そのために必要な力が摩擦力である。

凝着説: 固体表面で接しているところは、分子間力で凝着しており、相対運動を起すには、この凝着を切らねばならない。これに必要な力が摩擦力である。

今日では凝着説が摩擦の原因として定着した。この説により、クーロン・アーモントの(経験的)法則の性質1)と2)は説明されている。

固体表面の凸凹のため、見かけの接触面積に比べて、真実接触面積は非常に小さく、真実接触面積は垂直抗力に比例する！

完全に滑らかな面では、真実接触面積が大きくなることになり、
静止摩擦力は大きくなることになる！

クーロン・アーモントの(経験的)法則の破れ

(静止)摩擦力の大きさはいつも垂直抗力の大きさに比例するか？

原子スケールの摩擦

動摩擦力はエネルギー散逸 (energy dissipation) を伴う。

摩擦・磨耗・潤滑を総合的に調べる学問:

トライボロジー (tribology)

原子スケールで摩擦・磨耗・潤滑を総合的に調べる学問:

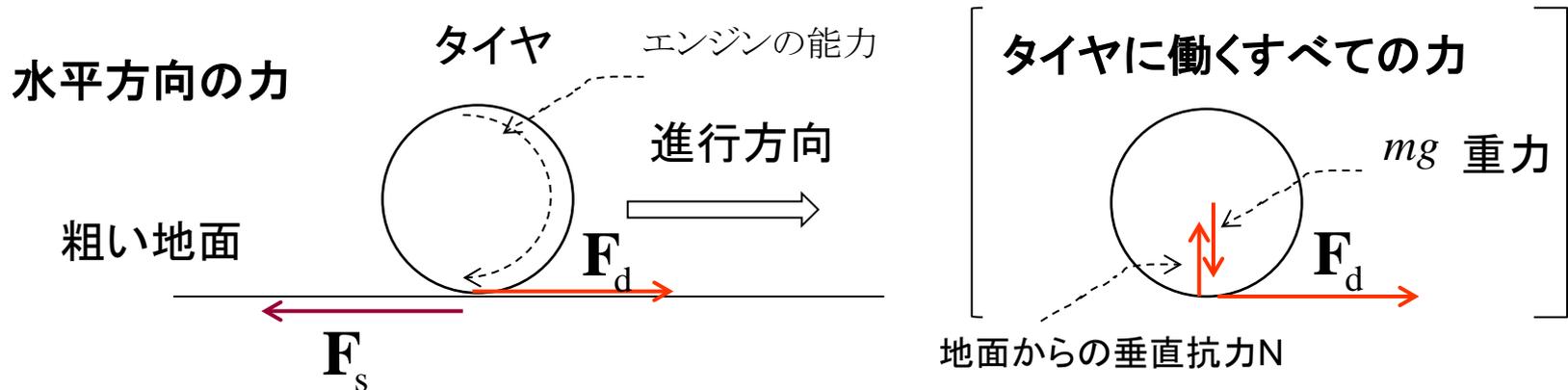
マイクロトライボロジー (micro-tribology)

§ 7.力の例: 自動車の推進力と制動力

自動車が加速するとき、転動するタイヤの地面に接触する部分は、接触した瞬間は地面に(相対的に)静止しているので、タイヤからの静止摩擦力 F_s が地面を後方に押す。なぜならば、摩擦力は運動の向きと逆だから。

地面はその反作用(=駆動力 F_d)で車輪を前方へ押す。

$$\mathbf{F}_d = -\mathbf{F}_s$$



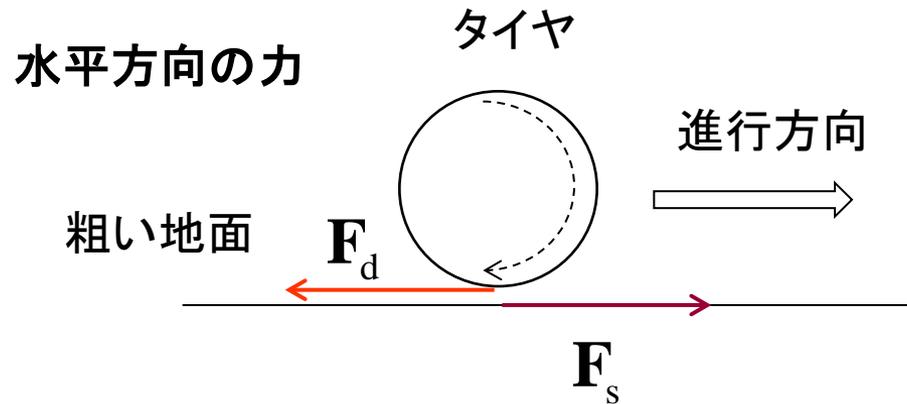
氷の上を走るときに前に進めないのは、タイヤと地面の間の摩擦がとても小さいから。

タイヤは回転しているので、タイヤ接地面と路面の間には静止摩擦しか働いていない。

物体と路面の接触面に「滑り」があるかどうかで動摩擦か静止摩擦かが決まる。

(注意:カーブなど円運動の場合、タイヤに働く横向きの摩擦力が重要となる。)

ブレーキをかけて、車輪の回転速度を遅くすると、タイヤは地面に前方へ押す力 F_s (=静止摩擦力)を及ぼす。その反作用 F_d で地面がタイヤに後ろ向きの力を及ぼす。



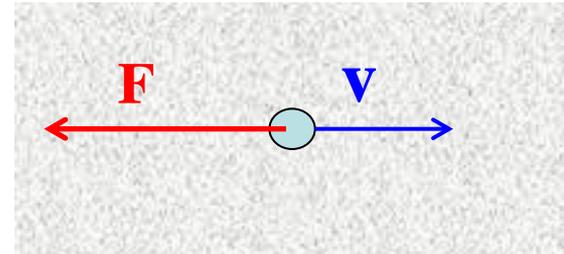
緩やかなブレーキでは静止摩擦力が働き、急ブレーキでスリップすると、動摩擦力に変わってしまう。

急ブレーキをかけたとき、ABS (Anti-lock Brake System) が装備されていない車はタイヤがロックしてスリップすることがある。ABSは、タイヤがロックしそうになるとブレーキを弱め、スリップしないようにする装置である。制動距離 (停止するまでに進む距離) はABSがついていると短くなる。

その理由はなにか考えてみよ。ヒント: 静止摩擦係数 $\mu >$ 動摩擦係数 $\mu' > 0$

§ 8.力の例:粘性抵抗力と慣性抵抗力

流体中を運動する物体にはその運動を妨げる向きに、抵抗力 F を受ける。



1) 粘性抵抗力(ストークスの抵抗)

遅い流体中の半径 r の物体には速度 v に比例する抵抗力(粘性抵抗力)が働く。

$$F_1 = 6\pi\eta r v$$

$$\text{粘性率(粘性係数)} \quad \eta = \begin{cases} 1.82 \times 10^{-5} \text{ Pa} \cdot \text{s} [= \text{Nsm}^{-2}] & \text{空気} \\ 1.002 \times 10^{-3} & \text{Pa} \cdot \text{s} \quad \text{水} \end{cases}$$

例: 空気中を落下する微粒子に働く抵抗力など。

2) 慣性抵抗力(ニュートンの抵抗)

速さが大きい物体には速度 v の2乗に比例する抵抗力(慣性抵抗力)が働く。

$$F_2 = \frac{1}{2} C \rho A v^2$$

C: 抵抗係数(0.4~1.0),

ρ : 流体の密度,

A: 物体の速度向きの有効断面積

(注意: ただし, 飛行機の速さが音速を超えると、衝撃波が生じて、慣性抵抗力の式も成立しない。)

3) 慣性抵抗力と粘性抵抗力との比:レイノルズ数

レイノルズ数(Reynolds number, Re)は流体力学において慣性抵抗力と粘性抵抗力との比で定義される無次元数である。流れの中でのこれら2つの抵抗力の相対的な重要性を決める。ここでは半径rの球状物体について考える。

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{C}{12\pi} \cdot \frac{\rho A v}{r\eta} \rightarrow \text{Re} \equiv \frac{\rho r v}{\eta}$$

「流体力学上の問題について次元解析を行う場合にはレイノルズ数は便利であり、異なる実験ケース間での力学的相似性を評価するのに利用される。また、レイノルズ数は層流や乱流のように異なる流れ領域を特徴づけるためにも利用される。層流については、低いレイノルズ数において発生し、そこでは粘性力が支配的であり、滑らかで安定した流れが特徴である。乱流については、高いレイノルズ数において発生し、そこでは慣性力が支配的であり、無秩序な渦や不安定な流れが特徴である。実際には、レイノルズ数の一致のみで流れの相似性を保証するには十分ではない。流体流れは一般的には無秩序であり、形や表面の粗さの非常に小さな変化が異なる流れをもたらすことがある。しかしながら、レイノルズ数は非常に重要な指標であり、世界中で広く使われている。」ウィキペディア「レイノルズ数」項目より。

同じ流体中の場合、大きさと速さの積がある臨界値を超えると速さの2乗に比例する慣性抵抗力が重要になる。

「(小さな)雨滴には速さに比例する抵抗が働く」と書かれた本や教科書も少ないが、この見方は必ずしも正しくないと思われる。

レイノルズ数の定義から考える限り、同じ流体中であれば、密度と粘性係数は一定であるから、レイノルズ数の大きさを決めるのは物体の半径(または典型的大きさ)と速さVの積である。

例として、空気中を考える。抵抗係数 $C=0.5$ とする。

$$\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3, \eta = 1.8 \times 10^{-5} \text{ Pa}\cdot\text{s} = 1.8 \times 10^{-5} \text{ kg/m},$$

$$\frac{F_2}{F_1} \geq 1 \rightarrow rv \geq \frac{12}{C} \cdot \frac{\eta}{\rho} = \frac{12}{0.5} \cdot \frac{1.8 \times 10^{-5} \text{ kg/m}}{1.2 \text{ kg/m}^3}$$

$$\therefore rv \geq 3.6 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$$

参考:太田信義「基礎物理学」丸善出版, pp.25-28.

$$r = 1\text{mm} = 10^{-3} \text{ m} \rightarrow v \geq 0.36\text{m/s}$$

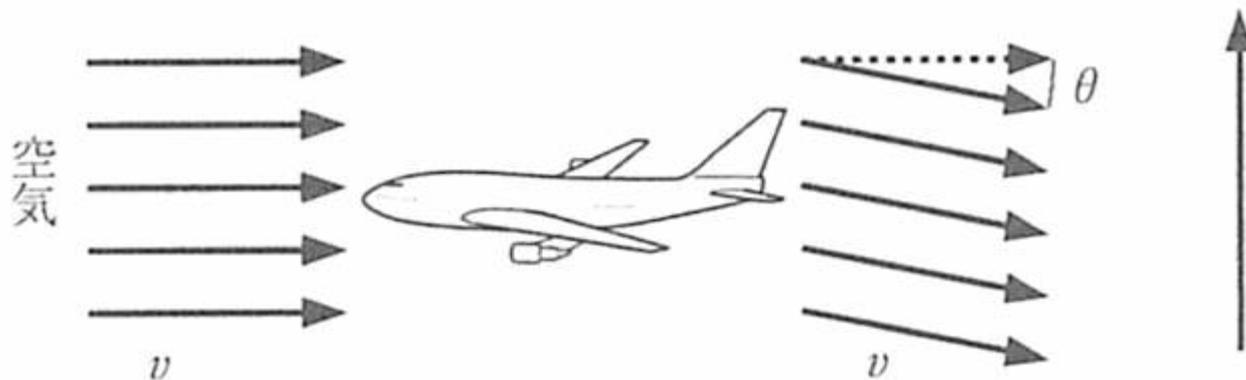
半径が「大きい」ほど、小さな速さでも慣性抵抗力が効くことがわかる。
通常の雨滴サイズの場合、慣性抵抗力で終端速度がほぼ決まる。

雨(ウイキペディア, ネット上の百科事典)より抜粋:

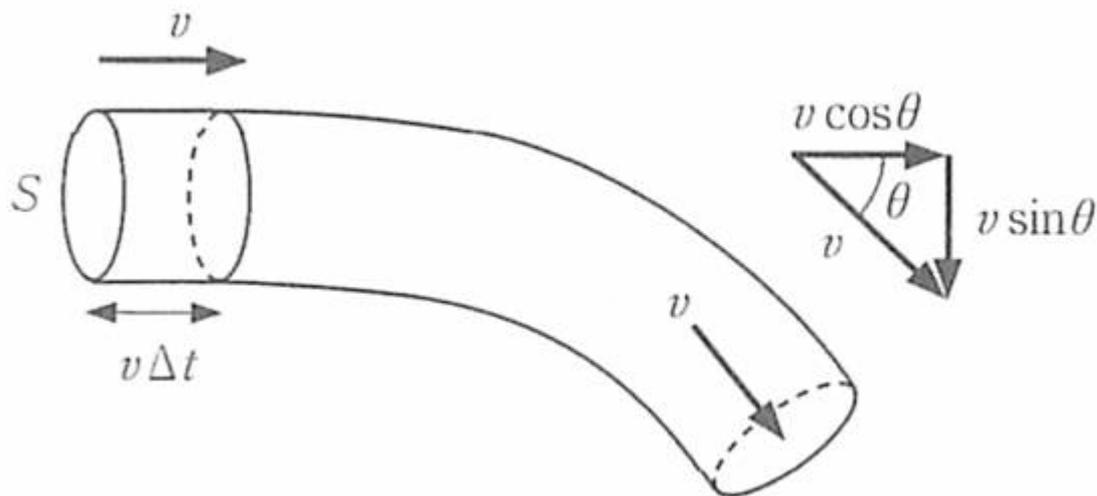
「温帯地方の雨の水滴の大きさは、通常0.1 - 3mm程度である。0.1mm以下の雨粒は雲の中の上昇気流によって落ちなかったり、落下中に蒸発してしまい、消えてしまうことがある。3mm程度以上の大きさの雨粒は途中で分解してしまうことが多い。そのため、熱帯地方の雨の水滴の大きさは、小さい雨が少なく温帯よりも大きいものの、3mmを大きく超えるような雨は降らない。(中略)

日本式の気象通報においては、水滴の大きさが直径0.5mm以上の場合を「雨」と呼ぶ。これよりも小さい場合は「霧雨」と呼び、天気記号も異なる。」

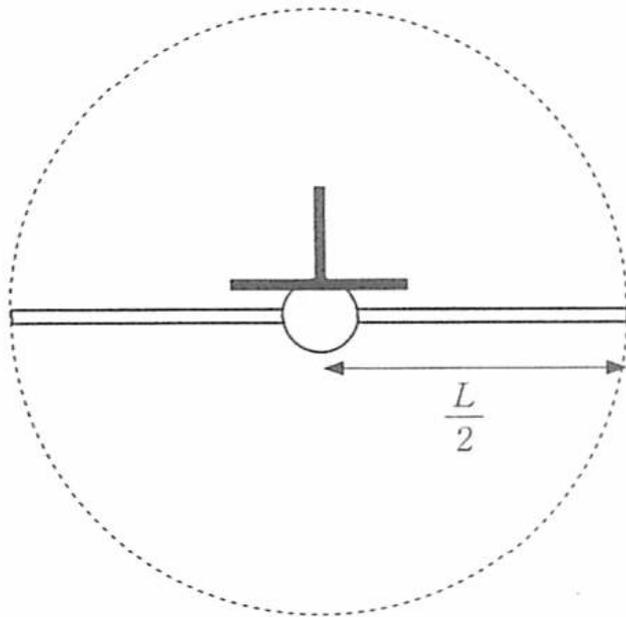
§ 9. 運動の3法則の適用: 翼の揚力の理解



静止系(地上固定系)で進行方向横からみた飛行機



飛行機によって向きを変えられる空気の流れ



C.スワルツ「物理がわかる実例計算101選」
講談社ブルーバックス, 2013年より

飛行機の揚力を生じる空気の流れの断面積

向きを変えられる空気の流れは運動量を持ち, その時間
変化率の反作用の鉛直成分が揚力 F であると考えると

$$F \approx \frac{d}{dt}(m_{\text{air}} v \sin \theta)$$

$$= \rho_{\text{air}} S v^2 \sin \theta, \quad \because \frac{d}{dt}(m_{\text{air}}) = \rho_{\text{air}} S v;$$

$$\rho_{\text{air}}: \text{空気の密度}, \quad S \equiv \pi(L/2)^2$$

次元(単位)のチェック

$$[\rho_{\text{air}} S v^2] = \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times \text{m}^2 \times \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$= \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} = \text{N}$$

軽飛行機(低空飛行)の場合:

$$\theta = 10 \text{ deg} \rightarrow \sin \theta \cong 0.17$$

$$v = 160 \text{ km/h} = 45 \text{ m/s},$$

$$\rho_{\text{air}} = 1.3 \text{ kg/m}^3,$$

$$L = 15 \text{ m}$$

$$\rightarrow F \approx 7.7 \times 10^4 \text{ N} \Leftrightarrow Mg = 1000 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \approx 10^4 \text{ N}$$

機体にかかる重力に比べて揚力が約7倍大きい

ジャンボジェット機B-747 (低空飛行)の場合:

$$\theta = 10 \text{ deg} \rightarrow \sin \theta \cong 0.17$$

$$v = 1066 \text{ km/h} = 300 \text{ m/s},$$

$$\rho_{\text{air}} = 1.3 \text{ kg/m}^3,$$

$$L = 64 \text{ m}$$

$$\rightarrow F \approx 6.6 \times 10^7 \text{ N} \Leftrightarrow Mg = 350 \text{ tone} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \approx 3.5 \times 10^6 \text{ N}$$

機体にかかる重力に比べて揚力が約20倍大きい

ジャンボジェット機B-747(高空飛行)の場合:

$$\rho_{\text{air}} \approx 0.6 \text{ kg/m}^3,$$

$$L = 64 \text{ m}$$

空気の密度が約半分に低下したとしても、燃料も次第に減少する

$$\rightarrow F \approx 3.0 \times 10^7 \text{ N} \Leftrightarrow M'g < 3.5 \times 10^6 \text{ N} \text{ 揚力が約10倍大きい}$$

機体にかかる重力に比べて

ソーラー・インパクト(太陽電池による飛行機)の場合:

データはWikipedia参照

$$\theta = 10 \text{ deg} \rightarrow \sin \theta \cong 0.17$$

$$v = 70 \text{ km/h} = 19.4 \text{ m/s},$$

$$\rho_{\text{air}} = 0.50 \text{ kg/m}^3, (\text{巡航高度} 8,500 \text{ m})$$

$$L = 63.4 \text{ m}$$

機体にかかる重力に比べて揚力が約6倍も大きい

$$\rightarrow F \approx 1.0 \times 10^5 \text{ N} \Leftrightarrow Mg = 1,600 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \approx 1.6 \times 10^4 \text{ N}$$

ロッキード U-2(米国の高高度偵察機)の場合:

データはWikipedia参照

$$\theta = 10 \text{ deg} \rightarrow \sin \theta \cong 0.17$$

$$v = 690 \text{ km/h} = 191.7 \text{ m/s},$$

$$\rho_{\text{air}} = 0.04 \text{ kg/m}^3, (\text{巡航高度} 25,000 \text{ m})$$

$$L = 31.4 \text{ m}$$

機体にかかる重力に比べて揚力が約10倍も大きい

$$\rightarrow F \approx 1.3 \times 10^6 \text{ N} \Leftrightarrow Mg \approx 13,000 \text{ kg} \times 9.8 \text{ m/s}^2 \approx 1.3 \times 10^5 \text{ N}$$

ニュートンの運動法則と単純な近似で得られた理論的結果により、異なる4種の飛行機の揚力の合理的な概算ができる！！

§ 10. ニュートン力学の適用領域と限界

(現代の観点から考えると、)
速度が光速よりもずっと遅く、
原子分子よりも小さな構造を見ない範囲で
重力が弱い場合、
自然界を記述する近似的理論であるが、
それ自体は矛盾や理論的な困難はない理論。

もっと知るための文献

- 1) アインシュタイン、インフェルト「物理学はいかにつくられたか(上、下)」、岩波書店
- 2) 朝永振一郎「物理学とは何だろうか(上、下)」、(岩波書店・岩波新書)
- 3) 高野義郎「物理学の再発見I, II」(講談社・ブルーバックス)
- 4) ファインマン「ファインマン物理学 I-力学-」(岩波書店) : 図書番号(420、F-5、1他)
- 5) バークレイ物理学コース「力学(上、下)」、丸善: 図書番号(420, B-9, 1-)
- 6) ベネディック、ビラース「医系の物理1-力学(上)-」、吉岡書店: 図書番号(420, B-11, 1)

特に、摩擦力について:

[Bowden-Tabor54] F.P. Bowden, D. Tabor、(曾田範宗訳)「固体の摩擦と潤滑」、丸善出版、1973年。pp.17-18

[曾田71] 曾田範宗、「摩擦のはなし」、岩波新書、1971年

[角田96] 角田和雄、「摩擦の世界」、岩波新書、1994年

[松川00] 松川宏、「摩擦の不思議」、「数理科学」、2000年、5月号。

[松川03] 松川宏、「摩擦の物理」、「表面科学」、2003年、6月号。

<http://www-surface.phys.s.u-tokyo.ac.jp/sss/Vol24/24-06/6g328-333.pdf#search='摩擦の不思議 松川'>

揚力についての参考文献

C.スワルツ「物理がわかる実例計算101選」講談社ブルーバックス, 2013年.
ロゲルギスト「続物理の散歩道」岩波書店, 1967年. 特に, pp.157-162.