

人間は空気を肺に吸入して、肺の毛管壁から酸素を体内に取り入れる。そして、呼吸作用は極めて短時間に行われている。この事情を分子運動論の立場で理解してみよう。

1. ボルツマン定数  $k_B$ , 絶対温度  $T$  として、分子 1 個の平均の運動エネルギー  $\langle K \rangle$  を記せ。
2.  $3.70 \times 10^1 \text{ }^\circ\text{C}$  における酸素分子の平均 2 乗速度の平方根  $v_{\text{rms}}$  を計算せよ。ただし、絶対温度  $T$  は摂氏温度  $t$  と  $T = t + 273$  という関係にあるとする。
3. 肺の毛管の直径を  $1.00 \times 10^{-4}\text{m}$  として、酸素分子がその壁に 1 秒間に衝突する回数を計算せよ。

ただし、ボルツマン定数  $k_B = 1.38 \times 10^{-23}\text{J/K}$ , 酸素分子のグラム分子量  $M = 32.0\text{g/mol}$ , アボガドロ数  $N_A = 6.02 \times 10^{23}/\text{mol}$  とせよ。

(解答例)

1. エネルギー等分配則より

$$\langle K \rangle = \frac{3}{2}k_B T. \quad (1)$$

2. 前問の結果よりこのとき酸素分子の平均 2 乗速度の平方根  $v_{\text{rms}}$  は

$$\left\langle \frac{1}{2}mv^2 \right\rangle = \frac{3}{2}k_B T \rightarrow \sqrt{\langle v^2 \rangle} \equiv v_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{3k_B T}{m}} \quad (2)$$

と表される。まず 酸素分子 1 個の質量  $m$  の値を計算する。

$$\begin{aligned} m &= \frac{M}{N_A} = \frac{32.0 \times 10^{-3}\text{Kg mol}^{-1}}{6.02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}} \\ &= 5.31 \times 10^{-26}\text{kg}. \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} v_{\text{rms}} &= \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 10^{-23}\text{JK}^{-1} \times 310 \text{ K}}{5.31 \times 10^{-26}\text{kg}}} \\ &= \sqrt{\frac{3 \times 1.38 \times 31.0 \times 6}{5.31} \times 10^{-23+1+26} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}} \\ &= 4.92 \times 10^2\text{m/s}. \end{aligned} \quad (4)$$

3. 1 秒間に (速度/直径) 回程度以上の頻度で酸素分子が毛管壁に衝突することになるので、1s 間の衝突数はおおよそ

$$\begin{aligned} \frac{v_{\text{rms}}}{2r} &= \frac{4.92 \times 10^2\text{m/s}}{10^{-4}\text{m}} \\ &= 4.92 \times 10^6/\text{s} \end{aligned} \quad (5)$$

となる。

備考：酸素分子の1 s間の衝突回数が約500万回という驚くべき回数であることは呼吸作用が極めて短時間に行われることと関係があると思われる。(ただし、ここでは拡散、分子同士の衝突を無視するという過度の単純化を行っている。)