（位置と速度-放物運動; filename=position-velocity-acceleration-parabolic motion-QA20151121.tex）

一次元における物体（または粒子）の運動について，次の問いに答えよ．

1. 時刻 t における位置 $x(t)$ が $x(t) = (a_0^2/2)t^2 + v_0 t + x_0$ であるとき，速度 $v(t)$ と加速度 $a(t)$ を求め, この運動の特徴を述べよ．ただし，a_0, v_0, x_0 は適当な次元を持つ定数である．
2. 時刻 t における加速度 $a(t)$ が $a(t) = b_0$ であるとき，速度 $v(t)$ を求めよ．ただし，時刻 0 における速度は u_0 であり，b_0, u_0 は適当な次元を持つ定数である．
3. 時刻 t における速度 $v(t)$ が $v(t) = c_0 t + w_0$ であるとき，位置 $x(t)$ を求めよ．ただし，時刻 0 における位置は x_0 であり，c_0, w_0, x_0 は適当な次元を持つ定数である．

（解答例）

1. 題意より，速度 $v(t)$ と加速度 $a(t)$ は

$$\begin{aligned} v(t) &\equiv \frac{dx}{dt} \\ &= a_0 t + v_0, \\ a(t) &\equiv \frac{dv(t)}{dt} \\ &= a_0 \end{aligned}$$

と得られ，これは加速度一定の運動（または等加速度運動）である．

2. 題意より，速度と加速度の不定積分による関係より，積分定数（または任意定数）を C と書くと

$$v(t) = \int a(t)dt = b_0 \int dt = b_0 t + C \tag{1}$$

となる．与えられた初期条件 $v(0) = w_0$ より，$C = w_0$ となるので，$v(t) = b_0 t + w_0$ が得られる．

3. 前問と同様に

$$x(t) = \int v(t)dt = \int (c_0 t + w_0)dt = \frac{1}{2}c_0 t^2 + w_0 t + C \tag{2}$$

となる．与えられた初期条件 $x(0) = x_0$ より，$C = x_0$ となるので，$x(t) = (c_0/2)t^2 + w_0 t + x_0$ が得られる．