

電気冷蔵庫の原理を熱力学の法則にもとづいて考える。次の問いに答えよ。

1. 絶対温度 T_C の庫内から熱エネルギー Q_C が奪われ、絶対温度 T_H の外界（庫外）に熱エネルギー Q_H が放出されるとする。モーターが行う仕事を W とする。冷蔵庫において行われる熱的過程は理論的にはカルノーサイクルの逆過程であると考え、その効率 η はどのように表されるか。
2. 前問の条件の場合、熱力学第一法則はどのように表されるか。
3. モーターが行う仕事 W を Q_C, T_C, T_H で表す式を求めよ
4. ある 0 度 C の冷蔵庫に氷 4kg を入れて、室温を 27 にして電力をきいたら、 6 時間で氷が全部融けたとする。外部から冷蔵庫内に入る熱は 1 秒あたり、何 cal か。ただし、氷 1g の融解熱は 79.8cal/g であるとする。
5. この冷蔵庫内の温度を 0 に保つためには、最小限何 watt (ワット) の電力が必要であるか計算せよ。ただし、 $1\text{cal} = 4.18\text{joule}$ とする。

[解答例]

1. 題意より、系が行う仕事は $-W$ となり、系が外界から吸収する熱量は $-Q_H$ となるから、効率 η は

$$\eta = \frac{-W}{-Q_H} = \frac{W}{Q_H} \quad (1)$$

となる。

2. 1 サイクルにおいて、系が行う仕事は $-W$ であり、外界から吸収する熱量は $(Q_C - Q_H)$ である。熱力学第一法則より

$$\begin{aligned} 0 &= (Q_C - Q_H) - (-W) \\ \rightarrow Q_H &= Q_C + W \end{aligned} \quad (2)$$

3. 熱機関の効率の理論的上限を用いると

$$\frac{W}{Q_H} = \frac{T_H - T_C}{T_H} \quad (3)$$

が得られる。前問の結果を用いて、この式を変形すると

$$\begin{aligned} T_H W &= (T_H - T_C) Q_H \\ &= (T_H - T_C)(Q_C + W) \\ &= (T_H - T_C) Q_C + (T_H - T_C) W \\ \rightarrow W &= \left(\frac{T_H - T_C}{T_C} \right) Q_C \end{aligned} \quad (4)$$

4. 題意より

$$\begin{aligned}(\text{氷 } 1\text{g の融解熱}) &\approx 79.7\text{cal/g} \\ \rightarrow (4\text{kg の融解熱}) &\approx 79.7\text{cal} \cdot \text{g}^{-1} \times 4 \times 10^3\text{g} \\ &= 3.19 \times 10^5\text{cal}.\end{aligned}\tag{5}$$

1 秒間に庫内に入る熱量 dQ/dt は

$$\begin{aligned}\frac{dQ}{dt} &\approx \frac{3.19 \times 10^5\text{cal}}{6 \times 3600\text{sec}} \\ &\approx 14.8\text{cal/sec}.\end{aligned}\tag{6}$$

5. 庫内を 0°C に保つためには、庫内に入ってくる熱量 Q を、冷却機を運転することにより、庫外に捨てる必要がある。前問題まで得られた仕事と熱エネルギーの関係式を単位時間あたりに変換して、題意より $Q_C = Q$ であることを用いると、

$$\begin{aligned}\frac{dW}{dt} &= \frac{dQ_C}{dt} \left(\frac{T_H}{T_C} - 1 \right) = 14.8 \times 4.18 \frac{\text{joule}}{\text{sec}} \times \frac{27\text{K}}{273\text{K}} \\ \rightarrow \frac{dW}{dt} &= 6.11(\text{joule/sec}).\end{aligned}\tag{7}$$

すなわち、6.11 watt(W) 以上が必要である。(実はこれ以上の電力を消費している。)