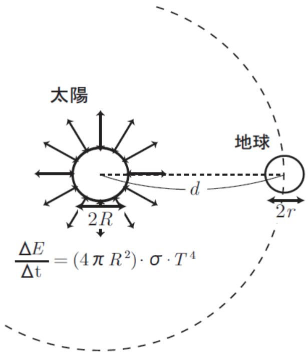
(太陽定数の計算（filename=solarconstant-qa140804.tex)

太陽の表面温度を $T = 5.8\times 10^3$ K 、その半径 R を $R = 7.0\times 10^5$km とする。また、太陽と地球の距離を $d = 1.5\times 10^8$ km とするとき、地表 1 cm^2 が 1 分間に受け取る太陽エネルギー（＝太陽定数）を次の手順で計算せよ。たたし、シュテファン・ボルツマン定数 $\sigma = 5.7\times 10^{-8}$w/(m^{2}K^4) とせよ。(以上も以下も数値は有効数字 2 桁の精度で与える。)

1. 時間 Δt の間に太陽表面から ΔE のエネルギーが放射されるとして、単位時間あたりのエネルギー放射率 $\Delta E/\Delta t$ を J/s 単位で計算せよ。
2. 前問の $\Delta E/\Delta t$ を (地球を含む）半径 d の球面全体で同じ割合で吸収しているとして、太陽定数を cal/(cm$^2\cdot$ min) 単位で計算せよ。熱の仕事等量 $J = 4.2$J/cal で、min=分である。

(解答例)



1. 上図のような状況において、シュテファン・ボルツマンの法則を適用すると、太陽表面からのエネルギー放射率は次のように得られる：

$$\begin{aligned}\frac{\Delta E}{\Delta t} &= \sigma T^4 \times (4\pi R^2)\\ &= 5.7\times 10^{-8}\frac{\mathrm{w}}{\mathrm{m^2K^4}}\times(5.8\times 10^3\mathrm{K})^4\times 4\times 3.1\times(7.0\times 10^8\mathrm{m})^2\\ &= 5.7\times(5.8)^4\times 4\times 3.1\times 7^2\times 10^{-8+12+16}\mathrm{J/s}\\ &= 3.9\times 10^{26}\mathrm{J/s}. \qquad (1)\end{aligned}$$

2. 題意より太陽定数は

$$\begin{aligned}\frac{(\frac{\Delta E}{\Delta t})}{4\pi d^2} &= \frac{3.9\times 10^{26}\mathrm{J/s}}{4\times 3.1\times(1.5\times 10^{11}\mathrm{m})^2} = \frac{3.9}{4\times 3.1\times(1.5)^2}\times 10^{26-22}\mathrm{J/(sm^2)}\\ &= 1.4\times 10^3\mathrm{J/(sm^2)} = 1.4\times 10^3\cdot\frac{\mathrm{cal}}{4.2}\cdot\frac{10^{-4}}{\mathrm{cm^2}}\cdot\frac{60}{\mathrm{min}}\\ &= 2.0\mathrm{cal/(cm^2\cdot min)}. \qquad (2)\end{aligned}$$

備考：地球における太陽定数の実測値は約 1.961 cal/(cm$^2\cdot$ min) で、シュテファンーボルツマンの法則という実験的および理論的に得られた法則を太陽と地球の関係に適用した計算結果とかなりよく一致するという事実に注目すべきである。すなわち、この事実は物理法則の普遍性の 1 例である。