

波長 λ に比べて、深さ (平均の深さ) h が浅い場合、水面の波の速さ (位相速度) v は近似的に $v = \sqrt{gh}$ と書ける。 (g は重力加速度の大きさ)。アメリカのアラスカ湾の大洋床に生じた地震が津波を起こすとす。この津波が9時間30分後に、4450km だけ離れているハワイ州のある地点に到達するとす。一般に津波は巨大な波長 ($\lambda \approx (100 - 200)\text{km}$) を持っている。

1. 次元解析により、 v は \sqrt{gh} に比例する、すなわち $v \propto \sqrt{gh}$ であることを示せ。
2. この津波の速さ (位相速度) v を m/s と km/h の2つの単位で計算せよ。
3. アラスカ湾とハワイの間の大洋床の平均的深さ h を計算せよ。

(解答例)

1. 題意より、速さ (位相速度) を $v = cg^x h^y$ (c は次元を持たない定数) と表して、長さ L 、時間 T として次元式を作ると

$$\begin{aligned} [v] &= [(LT^{-2})^x L^y] \\ \rightarrow [LT^{-1}] &= [L^{x+y} T^{-2x}] \\ \rightarrow x + y &= 1, \quad -1 = -2x \\ \rightarrow x = 1/2, \quad y &= 1/2 \end{aligned} \tag{1}$$

となり、 $v \propto \sqrt{gh}$ であることが示される。

2. 題意より

$$\begin{aligned} v &= \frac{4450 \times 10^3 \text{m}}{9.5 \times 60 \times 60 \text{s}} = 0.13 \times 10^3 \text{m/s} \\ &= 130 \text{m/s}. \end{aligned} \tag{2}$$

さらに、 $1\text{m} = 10^{-3}\text{km}$, $1\text{s} = 1 \text{ h}/(60 \times 60)$ であるから

$$v = 130 \times \frac{10^{-3}\text{km}}{\left(\frac{\text{h}}{3600}\right)} = 130 \times 3600 \times 10^{-3} \text{ km/h} = 468 \text{ km/h}. \tag{3}$$

3. 前問の結果を用いると

$$\begin{aligned} h &= \frac{v^2}{g} \\ &= \frac{(0.13 \times 10^3 \text{m/s})^2}{9.8 \text{m/s}^2} = 1.72 \times 10^3 \text{m} \\ \rightarrow h &= 1720 \text{ m} \end{aligned} \tag{4}$$

(はじめに記したように、波長は深さよりも十分長い。)

(備考：この方法は、音波を使って深度を直接測定するよりはるか以前の1856年に、太平洋の平均深度を推定するのに使用された。(R. A. Serway、「科学者と技術者のための物理学 Ib (力学・波動)」、学術図書出版社、p.486.))