(原子核の結合エネルギーの半経験公式) binding-energy-formula-qa141023.tex

陽子数 Z、質量数 A の原子核の結合エネルギーについてのベーテ・ワィツェッカーの公式は次にように表される。

$$BE(Z,A) = c_v A - c_s A^{2/3} - c_a \frac{(N-Z)^2}{A} - c_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \delta(A,Z). \tag{1}$$

ここで、右辺の各項の係数は次のように与えられる：

$$c_v = 15.56\text{MeV},\ \ c_s = 17.23\text{MeV},\ \ c_a = 23.285\text{MeV},\ \ c_c = 0.697\text{MeV}, \tag{2}$$

$$\delta(Z,A) = \begin{cases} \frac{130}{A}\text{MeV} & (Z, A\ \text{ともに偶数}) \\ 0 & (A\ \text{が奇数}) \\ -\frac{130}{A}\text{MeV} & (Z, A\ \text{ともに奇数}) \end{cases}$$

1. $^{235}_{92}\mathrm{U}$ 核の結合エネルギーをこの公式で計算せよ。
2. 核子数あたりの結合エネルギーを計算せよ。
3. 同公式で計算した値と測定値（1783.9 MeV）の誤差と相対誤差を求めよ。

(解答例)

1. 題意より、$Z = 92, A = 235$ を公式の各項に代入すると次のように求まる：

$$\begin{aligned} BE(92,235) &= [15.56 \times 235 - 17.23 \times (235)^{2/3} - 23.285 \times \frac{(143-92)^2}{235} \\ &\quad -0.697 \times \frac{(92)^2}{(235)^{2/3}}]\ \text{MeV} \\ &= 3656.60\ \text{MeV} - 656.14\ \text{MeV} - 257.72\ \text{MeV} - 955.99\ \text{MeV} \\ &= 1786.75\ \text{MeV} \end{aligned} \tag{3}$$

2. 題意より

$$\frac{BE(Z,A)}{A} = \frac{1786.75\ \text{MeV}}{235} = 7.60\ \text{MeV}. \tag{4}$$

3. 題意より，誤差 ΔBE は

$$\begin{aligned} \Delta BE &\equiv |BE(Z,A)_{Weizaeker} - BE(Z,A)_{experiment}| = (1786.8 - 1783.9)\text{MeV} \\ &= 2.9\ \text{MeV}. \end{aligned} \tag{5}$$

相対誤差は

$$\begin{aligned} \frac{\Delta BE}{BE(Z,A)_{experiment}} \times 100 &= \frac{2.9\ \text{MeV}}{1783.9\text{MeV}} \times 100 \\ &= 0.16\% \end{aligned} \tag{6}$$

となり、半経験公式の精度はかなり高いことが分かる。