

粒子の結合エネルギーと光分解について以下の問いに答えよ。ただし、陽子、水素原子、中性子の質量は、それぞれ、 $m_p = 1.007277$ amu, $m_H = 1.007825$ amu, $m_n = 1.008665$ amu, であり、光速 c 、プランク定数 h は $c = 2.99792458 \times 10^8$ m/s, $h = 6.6260755 \times 10^{-34}$ J · s, $1\text{amu} = 931.49432$ MeV/ c^2 である。

1. 粒子とは何か、説明せよ。
2. 典型的な場合の 粒子の運動エネルギーは $E_\alpha = 5$ MeV である。この α 粒子の速さ v と光速 c の比 v/c を計算せよ。
3. α 粒子の質量欠損 ΔM , 質量欠損率 $\Delta M/M$, 結合エネルギー $B.E.$ とを計算せよ。 α 粒子の原子核の質量は $M(\alpha) = 4.00260$ amu である。
4. α 粒子にガンマ線を当てて、三重水素核と水素核に光分解させる。この核反応式を書き、必要なガンマ線のエネルギー E を MeV 単位で計算せよ。ただし、三重水素核 ${}^3_1\text{H}_2$ の質量は $M({}^3_1\text{H}_2) = 3.016049$ amu である。
5. $c\hbar \approx 200\text{MeV} \cdot \text{fm}$ と近似して、必要なガンマ線の波長 λ を fm 単位で近似的に計算せよ。

(解答例)

1. 粒子とは 高速の ヘリウム 4 の原子核の流れである。
2. 題意より

$$\begin{aligned} E_\alpha &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mc^2 \left(\frac{v}{c}\right)^2 \\ \rightarrow \left(\frac{v}{c}\right) &= \sqrt{\frac{2E}{mc^2}} \approx \sqrt{\frac{2 \times 5 \text{ MeV}}{4.00260 \times 931.49432 \text{ MeV}}} \\ &= 0.05 \end{aligned} \tag{1}$$

となり、相当な高速であることがわかる。

3. 題意より

$$\begin{aligned} \Delta M &\approx [2 \times m_H + 2 \times m_n - M(\alpha)] \\ &= [2 \times 1.007825 + 2 \times 1.008665 - 4.00260] \times \text{amu} \\ \rightarrow \Delta M &= [0.03038] \text{ amu}, \end{aligned} \tag{2}$$

$$\frac{\Delta M}{M(\alpha)} = \frac{0.03038}{4.00260} = 0.00759, \tag{3}$$

$$\begin{aligned} B.E. &\equiv \Delta M \times c^2 \\ &= [0.03038] \text{ amu} \times c^2 \\ \rightarrow B.E. &= 28.29 \text{ MeV}. \end{aligned} \tag{4}$$

4. α 粒子にガンマ線 (γ) を当てて、三重水素核と水素核に光分解させる核反応式は



ガンマ線のエネルギー E は

$$\begin{aligned} E &= [M({}^3_1\text{H}_2) + M({}^1_1\text{H}) - M({}^4_2\text{He})] \\ &= [3.016049 + 1.007825 - 4.00260] \times \text{amuc}^2 \\ &= [0.021275] \times 931.5 \text{ MeV} \\ \rightarrow E &= 19.817 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (6)$$

5. このために必要なガンマ線のエネルギー E は光の振動数 f と波長の関係より

$$\begin{aligned} E &= hf = \frac{ch}{\lambda} \\ \rightarrow \lambda &= \frac{2\pi c\hbar}{E} \\ &\approx \frac{2 \times 3.14 \times 200 \text{ MeV} \cdot \text{fm}}{19.817 \text{ MeV}} \\ \rightarrow \lambda &= 63.37 \text{ fm}. \end{aligned} \quad (7)$$

(参考) 詳しい計算は次のとおり。

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{ch}{E} \\ &= \frac{2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s} \times 6.6260755 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}}{19.817 \times 10^6 \times 1.602 \times 10^{-19} \text{ joule}} \\ &= \left(\frac{2.99792458 \times 6.6260755}{19.817 \times 1.602} \right) \times 10^{8-34-6+19} \times \frac{\text{ms}^{-1} \text{ Js}}{\text{J}} \\ &\approx 0.627 \times 10^{-13} \text{ m} \\ \rightarrow \lambda &= 62.7 \text{ fm}. \end{aligned} \quad (8)$$