原子核の崩壊と放射線

[1] [2] （*印の項目は（やや）詳しい内容．**印の項目はより詳細な内容.）

1　安定な原子核と不安定な原子核

現在，数千個の原子核が知られているが, 天然に存在するのは約 320 個であり，その他は人工的に生成されたものである．天然に存在する原子核のうち約 265 個は安定である．人工的に生成された原子核のほとんどは不安定である．不安定な原子核がより安定になろうとして，原子核の外に粒子や電磁波を放出する．これらの放出される粒子や電磁波を放射線（radioactive ray）と総称する．また，放射線の放出により元の原子核 (親核，parent nucleus) は別に原子核 (娘核，daughter nucleus) に変化する．これを原子核の崩壊（または壊変，disintegration, decay）という．娘核は一般に不安定であり，崩壊は安定な原子核に到達するまで続く．

2　放射線とその種類

1. 放射線とは，基本的には原子核から放出される高エネルギーの粒子線（粒子の線束）または電磁波である．粒子線としては α 線，β 線，中性子線，陽子線や重イオンなどが含まれる．高エネルギーの電磁波は γ 線と呼ばれる．

2. アルファ線 (α 線) は高速 (高エネルギー) のヘリウム 4 原子核 (^{4}He) の流れである．

3. ベータ線 (β 線) は高速 (高エネルギー) の電子の流れである．電子と電荷だけが逆符号である陽電子の流れも総称する場合がある．

4. ガンマ線（γ 線）は原子核から出る高エネルギーの電磁波である．電磁波，すなわち光の一種である．光は波長によっていろんな種類に分けられる．波長の長い順に電波，赤外線，可視光線，紫外線，X 線，γ 線と呼ばれる．X 線と γ 線の境界は明かではないが，原子から放出される高エネルギーの電磁波が歴史的に X 線と呼ばれている．一般には γ 線がよりエネルギーが高い.

5. 次の項で説明するように,「放射能」というのは「放射線」を放出できる能力のことをいう．従って, 放射線と放射能は本来は異なる．放射性物質とは放

[1] ファイル名=decay-text20171213.tex

[2] 作成者：岡本良治 (九州工業大学名誉教授)．このノートは筆者が理解し，かつ納得した事項の覚え書きです．興味関心をもつ人に対して，できるだけ自足的に理解でき，独立した立場から客観的な判断材料になれば幸甚です．誤り，説明の分かりにくい点をお気づきの場合，本ファイル名 (特に，作業年月日を示す数値の部分) と該当箇所を特定して，okamoto.ryoji.munakata_at_gmail.com (_at_ を@に修正後）に電子メールで御連絡願えれば幸甚です.

射線を放出する原子（核）を含む物質のことである．しかし，現在では放射能という言葉が放射性物質という意味で使用されることもあり，注意すべきである．例えば,「放射線漏れ」とは放射線を出す源（放射性同位元素を含む物質）を囲む遮蔽などが不充分で外に放射線が漏れていることを意味する．「放射能漏れ」とは，文字通りでは，放射線を放出する能力が外に漏れていることであるから，源が外に漏れていることを意味する．しかし,「放射線漏れ」の意味で使用される場合もあるので，放射性物質が外に漏れたかどうかを確認する必要がある．

6. エネルギーの量と質[1]
エネルギーを測る単位には，カロリー (cal)，ジュール (J)，キロワット時 (kwh) にように，いくつかあるが，それらは相互に換算可能である．このことから，エネルギーは量であって質の違いなどはないと思われがちである．

 しかし，私たちにとって重要なのは，抽象的概念としてのエネルギーではなく，物理的な実体としてのエネルギーである．言い換えれば，エネルギーを運ぶ粒子を考えないでエネルギーの移動を論じるのはあまり意味がない．私たちに身近なラジオ，テレビ，携帯電話で情報を運んでいる電磁波も「光子」とよばれる (量子的) 粒子の集まりまたは流れであるが，1 個の粒子が運ぶエネルギーの量こそが，物理現象あるいは生物現象に基本的かつ決定的な役割を果たすのである．だから物理学では1個の粒子が運ぶエネルギーの大小をエネルギーの高低とよび，エネルギーの質の違いを明示している．例えば「核反応によって生じるエネルギーは化学反応のそれに比べて約 100 万倍高い」などという．全エネルギーの量は（1 個の粒子が運ぶエネルギーの量）×(関与する粒子の個数）＝（全エネルギーの量）と計算される．

3 放射性崩壊の法則

放射線の種類にかかわらず，放射性崩壊には次の法則が成立することが知られている．放射性のある（＝不安定な）原子核の任意の時刻 t における個数を $N(t)$, dt 時間内の崩壊数を（$-dN$）とする．関与する原子核の個数が多数であることによる確率的過程ではなく，量子力学の法則により，原子核の崩壊は確率的な過程であることがわかっている．原子核 (親核) の個数は時間的に変化するが，単位時間に崩壊する確率は核種ごと，さらには関与するエネルギー準位ごとに定まっていて，その値を λ として

$$-\frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = \lambda \tag{3.1}$$

が成り立つ．λ を崩壊定数 (decay constant) と言う．初期時刻における原子核数を N_0 とすれば, 微分方程式 (3.1) の解は

$$\begin{aligned} \int \frac{dN}{N} &= -\lambda \int dt \rightarrow \ln N(t) = (-\lambda t) + \mathrm{C} \qquad (3.2) \\ N(t) &= N_0 \mathrm{e}^{-\lambda t} \qquad (3.3) \end{aligned}$$

となる．ここで，λ は崩壊定数 (decay constant) と呼ばれ，特定の崩壊に固有の定数であり，温度, 圧力などの巨視的条件や，化学結合のような原子核外の微視的環境には基本的に依存しない. λ の単位は $[\lambda] = 1/\mathrm{s}$ である.（例外として，ベリリウム７のように，原子のＫ殻の軌道電子を捕獲する一種のベータ崩壊においては，この反応の速さは原子核の位置におけるＫ電子の密度に依存するから，化学結合の様子と無関係ではありえないことが 1947 年に指摘されていた.）

このとき，新しく生成される原子核（娘核）の個数は

$$N_0 - N(t) = N_0(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}) \qquad (3.4)$$

となる．

備考：式 (3.3) の意味.

初め N_0 個の原子核が時刻 t において崩壊せずに残っている個数が $N(t)$ であるから，式 (3.3) によれば，時刻 t において崩壊せずに残っている確率は $\mathrm{e}^{-\lambda t}$ である．時刻 t と $t + dt$ 間に崩壊する確率を $p(t)dt$ と書けば，これは時刻 t において崩壊せずに残っているという事象の確率 $\mathrm{e}^{-\lambda t}$ と，その後，時刻 t と $t + dt$ 間に崩壊する確率 λdt の積である．従って $p(t)dt = \mathrm{e}^{-\lambda t} \times \lambda dt$ となる．これを時間 t について積分すると

$$\int_0^\infty p(t)dt = \int_0^\infty \mathrm{e}^{-\lambda t} \times \lambda dt = 1 \qquad (3.5)$$

となる．これによると，放射性の原子核がいつかは崩壊する確率は１であるが，これは予想される通りの結果である．

4　半減期と平均寿命

放射性崩壊における半減期 (half life) を T と表すと，以下のように定義される．

$$\begin{aligned} N(t+T) &= \frac{1}{2}N(t) \rightarrow \mathrm{e}^{-\lambda T} = \frac{1}{2} = 2^{-1} \rightarrow \ln(\mathrm{e}^{-\lambda T}) = \ln(2^{-1}), \ (\ln \equiv \log_\mathrm{e}) \\ \rightarrow T &= \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0.693}{\lambda} = 0.693\ \tau. \qquad (4.6) \end{aligned}$$

半減期 T を用いると，崩壊の法則の式 (3.3) は次のように書ける．

$$\begin{aligned} N(t) &= N_0 \mathrm{e}^{-\ln 2 \cdot (t/T)}, \qquad (4.7) \\ &\approx N_0 \mathrm{e}^{-0.693\ t/T}. \qquad (4.8) \end{aligned}$$

ある t 時間推移した後，次の dt 時間に崩壊する個数を $-dN$ とすると，その確率が $-dN/N_0$ であることを用いて，平均寿命（mean life）τ は以下のように定義される．

$$\tau \equiv \int_0^\infty t\cdot(-1)\frac{dN}{dt}\frac{1}{N_0}dt = \lambda\int_0^\infty t\cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}dt. \tag{4.9}$$

ここで積分の値は，任意の関数 $f(x), g(x)$ に対する部分積分の公式 $\int f'(x)g(x)dx = f(x)g(x) - \int f(x)g'(x)dx$ を用いて

$$\begin{aligned}\int_0^\infty t\cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}dt &= \int_0^\infty t\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{-\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda t}\right]dt = \left[\frac{t}{-\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda t}\right]_0^\infty - \int_0^\infty 1\cdot\frac{1}{-\lambda}\mathrm{e}^{-\lambda t}dt \\ &= -\frac{1}{\lambda^2}\left[\mathrm{e}^{-\lambda t}\right]_0^\infty = \frac{1}{\lambda^2}\end{aligned} \tag{4.10}$$

となる．結局，平均寿命 τ は

$$\tau = \frac{1}{\lambda} \tag{4.11}$$

となる．このように，平均寿命 τ は崩壊定数 λ と逆数関係にある．

崩壊の法則の式 (3.3) を半減期を単位とした時間軸 (t/T) で図示する: 主な放射

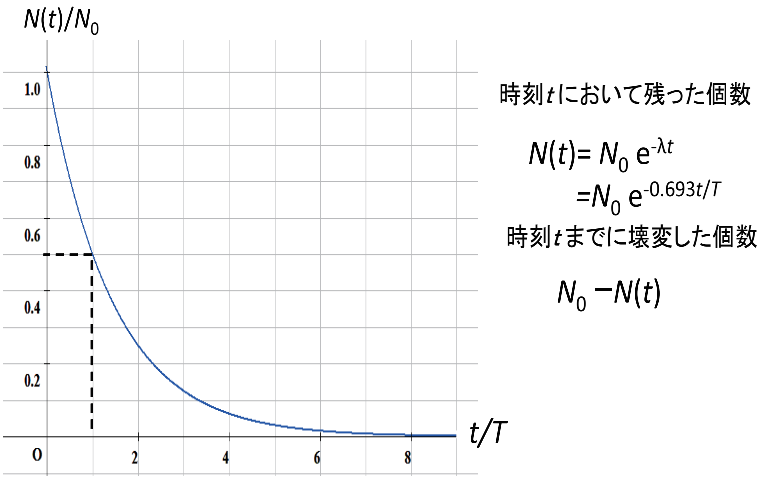

図 1: 崩壊の法則

性核種の半減期と巨視的性質などの表：

表 1: 主な放射性核種の半減期と巨視的性質など.(s = 秒，m = 分，d = 日，y = 年.)

核種名	元素記号	半減期	コメント
トリチウム	^{3}H, T	12.3 年	
カリウム 40	^{40}K	12.5 億年，1.25×10^9 y	
コバルト 60	^{60}Co	5.28 年	
クリプトン 85	^{85}Kr	10.7 年	希土類．沸点低く，通常は気体
ストロンチウム 90	^{90}Sr	28.8 年	沸点は 1639 度.
ヨウ素 131	^{131}I	8 日	
ヨウ素 134	^{134}I	53 分	
セシウム 134	^{134}Cs	2 年	
セシウム 137	^{137}Cs	30 年	
ウラン 235	^{235}U	7 億年，7.04×10^8 y	
ウラン 238	^{238}U	45 億年，4.5×10^9 y	
プルトニウム 239	^{239}Pu	24000 年，2.4×10^4 y	
プルトニウム 240	^{240}Pu	6561 年，6.5×10^3 y	

5 放射能の単位

放射能の強さの単位として，従来は，Ci(キュリー) が使用されてきたが，国際度量衡総会の決議を受け，Bq(ベクレル) をわが国でも使用することになった (1978 年 5 月)．従来の Ci 単位は補助単位として使用できることになっている.

1. Bq(ベクレル)
   注目される核種の放射能を単位時間あたりに崩壊する原子数で表示するものである．国際単位では，放射能の発見で知られるベクレルの名に因むベクレル (Bq) でもって，毎秒 1 個の崩壊数を 1 Bq とした.

   $$1\ \mathrm{Bq} \equiv 1/\mathrm{s}. \tag{5.12}$$

   これをもとにして 1kBq = 10^3Bq = 1000 ベクレル, 1MBq(1 メガベクレル) = 10^6Bq = 百万ベクレル, 1GBq(1 ギガベクレル) = 10^9Bq = 10 億ベクレル などが使われる.

2. Ci(キュリー)
   ラジウムを発見した女性物理学者マリー・キュリーの名に因んで名付けられた．現在補助単位として用いられる Ci は，歴史的に 1 g の Ra-226 の放射

能量を基準にして定められた単位で，毎秒の崩壊数が 3.7×10^{10} に相当する放射能の強さとして定義される． 1 Ci は，3.7×10^{10}Bq に等しい．また Ci は単位として大き過ぎるので他の単位もある．

$$1\ \mathrm{Ci} \equiv 3.7 \times 10^{10}\mathrm{Bq}, \tag{5.13}$$

$$1\mathrm{mCi} \equiv 10^{-3}\mathrm{Ci},\ 1\mu\mathrm{Ci} \equiv 10^{-6}\mathrm{Ci},\ 1\mathrm{nCi} \equiv 10^{-9}\mathrm{Ci},\ 1\mathrm{pCi} \equiv 10^{-12}\mathrm{Ci}. \tag{5.14}$$

6 いろいろな場合の放射能の強さの計算法

6.1 放射能の強さの定義の再考

放射能の強さはある物質中のある放射性核種が単位時間内に何回崩壊を起こすかという能力または活性度を示すものである．一般に，放射能の強さ $A(t)$ は

$$A(t) \equiv \lambda N(t) \tag{6.15}$$

と定義される [2][3][4]。放射能の強さ $A(t)$ の単位は $[A(t)] = 1/\mathrm{s}$ である。また、考えている元素のグラム原子量を M、半減期を T、問題にしている質量を m，アボガドロ数を N_a とすると，式 (6.15) は次のようにも書ける.

$$A(t) = \frac{\ln 2}{T}\frac{m}{M}N_\mathrm{a}. \tag{6.16}$$

放射能の強さは注目している物質中に含まれている，その放射性核種の個数と崩壊定数（または半減期）により決まり，いわば，発生源の強さに相当するものである．

放射能の強さの定義についての注意事項 [2]

1. 単一の放射性核種の崩壊の場合，任意の時刻 t における，その原子核数 $N(t)$ は $N_0\mathrm{e}^{-\lambda\mathrm{t}}$ と表され，$-dN/dt = \lambda N(t)$ となるので，上記の定義の妥当性は理解されるであろう．

2. 二つ以上の核種 $A, B, C, \cdots$ が連続的に崩壊する場合（崩壊系列）において，B 以降の核種の原子核数 $N_B(t)$ の時間依存性は必ずしも $\mathrm{e}^{-\lambda_\mathrm{B}\mathrm{t}}$ のように，単一の指数関数に比例するとは限らないが，例えば，核種 B の放射能の強さ $A_B(t)$ を $\lambda_B N_B(t)$ であると定義する．

3. 原子炉中におかれ，中性子の照射をうける場合の放射能の強さも同様に式 (6.15) により計算される．

4. 放射能の強さは一般には時々刻々変化するが，特に断らない場合には時刻 $t = 0$ の値で考える．

放射能の強さは放射性原子核または不安定な原子核の個数が関数形としてまたは数値として与えられれば以下の例のように計算される．

1. 原子炉や加速器の中で，放射性核種が一定の生成率 R_0 で生成される場合:この放射性核種の時間的変化率＝発生率マイナス損失率を数式（微分方程式）で表すと

$$\frac{dN(t)}{dt} = R_0 - \lambda N(t) \tag{6.17}$$

となる．放射性核種の個数の初期値 N_0，放射能の強さの初期値 $A_0 \equiv \lambda N_0$ の場合，その解（特殊解）は次のとおりである．

$$\begin{aligned} N(t) &= N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} + \frac{R_0}{\lambda}(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}), && (6.18) \\ A(t) &\equiv \lambda N(t) \\ &= A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} + R_0(1 - \mathrm{e}^{-\lambda t}), \\ &= (A_0 - R_0)\mathrm{e}^{-\lambda t} + R_0 \\ &\approx (A_0 - R_0)\mathrm{e}^{-0.693t/T} + R_0. && (6.19) \end{aligned}$$

2. 時間に依存する生成率 $R(t)$ の場合：

$$\begin{aligned} \frac{dN(t)}{dt} &= R(t) - \lambda N(t), && (6.20) \\ N(t) &= N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} + \int_0^t R(t')\,\mathrm{e}^{-\lambda(t-t')}dt', && (6.21) \\ A(t) &\equiv \lambda N(t) \\ &= A_0\,\mathrm{e}^{-\lambda t} + \lambda \int_0^t R(t')\,\mathrm{e}^{-\lambda(t-t')}dt'. && (6.22) \end{aligned}$$

$R(t)$ の関数形が与えられれば，積分が実行できる．

6.2 連続した放射性崩壊

今，核種 a が崩壊して核種 b になり，さらに b が崩壊して c という安定な原子核になったとする．それぞれの原子核数を $N_\mathrm{a}, N_\mathrm{b}, N_\mathrm{c}$, 崩壊定数を $\lambda_\mathrm{a}, \lambda_\mathrm{b}$ として，初め，a だけが N_0 個あったとする．崩壊法則の導出と同じ考え方で

$$\begin{aligned} \frac{dN_\mathrm{a}}{dt} &= -\lambda_\mathrm{a} N_\mathrm{a}, \\ \frac{dN_\mathrm{b}}{dt} &= -\lambda_\mathrm{b} N_\mathrm{b} + \lambda_\mathrm{a} N_\mathrm{a}, \\ \frac{dN_\mathrm{c}}{dt} &= \lambda_\mathrm{b} N_\mathrm{b} && (6.23) \end{aligned}$$

となる．これらの連立微分方程式を解けば，解として

$$N_{\mathrm{a}}(t) = N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda_{\mathrm{a}}t}, \tag{6.24}$$

$$N_{\mathrm{b}}(t) = \left(\frac{\lambda_{\mathrm{a}}}{\lambda_{\mathrm{b}}-\lambda_{\mathrm{a}}}\right) N_0\,(\mathrm{e}^{-\lambda_{\mathrm{a}}t}-\mathrm{e}^{-\lambda_{\mathrm{b}}t}), \tag{6.25}$$

$$N_{\mathrm{c}}(t) = N_0\left(1-\frac{\lambda_{\mathrm{b}}}{\lambda_{\mathrm{b}}-\lambda_{\mathrm{a}}}\mathrm{e}^{-\lambda_{\mathrm{a}}t}+\frac{\lambda_{\mathrm{a}}}{\lambda_{\mathrm{b}}-\lambda_{\mathrm{a}}}\mathrm{e}^{-\lambda_{\mathrm{b}}t}\right) \tag{6.26}$$

が得られる．これらの結果を用いて, それぞれの核種の放射能の強さは $A_a(t) = \lambda_a N_a(t), A_b(t) = \lambda_b N_b(t), A_c(t) = \lambda_c N_c(t)$ と計算される．

6.3 複数の放射性崩壊

崩壊様式 a，b の崩壊定数がそれぞれ $\lambda_{\mathrm{a}}, \lambda_{\mathrm{b}}$ であるとして，これが崩壊定数 λ_{eff} をもつ単一の崩壊様式と等価であると考えて

$$\begin{aligned} dN &= -\lambda_{\mathrm{a}}Ndt-\lambda_{\mathrm{b}}Ndt \\ &\equiv -\lambda_{\mathrm{eff}}Ndt \end{aligned} \tag{6.27}$$

となる．これより次の関係が導かれる．

$$\lambda_{\mathrm{eff}} = \lambda_{\mathrm{a}}+\lambda_{\mathrm{b}}, \quad \frac{1}{\tau_{\mathrm{eff}}}=\frac{1}{\tau_{\mathrm{a}}}+\frac{1}{\tau_{\mathrm{b}}}, \quad \frac{1}{T_{\mathrm{eff}}}=\frac{1}{T_{\mathrm{a}}}+\frac{1}{T_{\mathrm{b}}}, \tag{6.28}$$

$$\to \tau_{\mathrm{eff}} = \frac{\tau_{\mathrm{a}}\tau_{\mathrm{b}}}{\tau_{\mathrm{a}}+\tau_{\mathrm{b}}}, \quad T_{\mathrm{eff}}=\frac{T_{\mathrm{a}}T_{\mathrm{b}}}{T_{\mathrm{a}}+T_{\mathrm{b}}} \tag{6.29}$$

ここで $\tau_{\mathrm{a}}, \tau_{\mathrm{b}}, \tau_{\mathrm{eff}}(T_{\mathrm{a}}, T_{\mathrm{b}}, T_{\mathrm{eff}})$ はそれぞれ崩壊a,bの平均寿命（半減期），有効平均寿命（有効半減期）である．この場合の放射能の強さ A は $A(t) \equiv \lambda_{\mathrm{eff}}N(t) = \lambda_{\mathrm{eff}}N_0\,\mathrm{e}^{-\lambda_{\mathrm{eff}}t}$ となる．三つ以上の崩壊様式がある場合にも同様な関係式が導かれる．

7 比放射能

放射性同位体を含む物質の単位質量あたりの放射能の強さを比放射能（specific radioactivity）または質量放射能という．言い換えれば，単位時間・単位質量あたりに同一の放射性物質が壊変する回数である．比放射能を S とし，放射能の強さ A，考える核種の質量を m とすれば

$$S \equiv \frac{A}{m} \tag{7.30}$$

と定義される．S の単位はBq/g またはBq/Kg（SI 単位）となる．考えている核種の個数を N，グラム原子量を M，アボガドロ数を N_{A} とすれば，$N = N_{\mathrm{A}}/M, A = \lambda N$ であるから，式 (7.30) は

$$S = \frac{\lambda N_{\mathrm{A}}}{M} \tag{7.31}$$

と書き直せるので，比放射能は核種に固有の値であることがわかる．半減期 $T_{1/2}$ を年単位 (y, year)，秒単位 (s, second) ではかる場合の式はそれぞれ

$$S = \frac{1.32\times 10^{16}}{(T_{1/2}/\mathrm{y})(M/\mathrm{g})}\mathrm{Bq/g},\ S = \frac{4.17\times 10^{23}}{(T_{1/2}/\mathrm{s})(M/\mathrm{g})}\mathrm{Bq/g} \tag{7.32}$$

となる．

8 α 崩壊

アルファ崩壊（α 崩壊）は次式で示すように，高エネルギーのヘリウム原子核を放出する過程である．いわゆるアルファ粒子（α 粒子）は高エネルギーのヘリウム原子核である．これは一般には重い（＝質量数の大きい）核で起こる．

(a) 娘核 Y が基底状態の場合

$$^{A}_{Z}\mathrm{X}_N \to\ ^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}_{N-2} + \alpha(^4_2\mathrm{He}_2) + Q. \tag{8.33}$$

ここで，Q は α 崩壊により放出されるエネルギーを意味し，

$$Q = (M_{\mathrm{X}} - M_{\mathrm{Y}} - M_\alpha)c^2, \tag{8.34}$$

ここで M はそれぞれの質量を表わす．また，α 粒子のエネルギー E_α は次のようにして求められる．まず，娘核 Y の速さを V_y，α 粒子の速さ V_α とすると，エネルギー保存則より

$$Q = \frac{1}{2}M_yV_y^2 + \frac{1}{2}M_\alpha V_\alpha^2 \tag{8.35}$$

$$= \frac{1}{2}M_\alpha V_\alpha^2(1+\frac{M_yV_y^2}{M_\alpha V_\alpha^2}). \tag{8.36}$$

また，運動量保存則より

$$M_yV_y = M_\alpha V_\alpha. \tag{8.37}$$

α 粒子の運動エネルギー $E_\alpha \equiv \frac{1}{2}M_\alpha V_\alpha^2$ より

$$\begin{aligned} Q &= E_\alpha(1+\frac{M_\alpha}{M_y}) \\ \to E_\alpha &= Q(\frac{M_y}{M_\alpha + M_y}). \end{aligned} \tag{8.38}$$

E_α の典型的な大きさは $E_\alpha \approx 5$ MeV である．

(b) 娘核 Y が励起状態の場合

α 崩壊後，娘核は一般には基底状態ではなく励起状態（Y^*）で起こる．よって，娘核が基底状態でも励起状態でも α 線のスペクトルは線スペクトルを示す．

$$ {}^{A}_{Z}\mathrm{X}_N \;\; \rightarrow \;\; {}^{A-4}_{Z-2}\mathrm{Y}^*_{N-2} + \alpha({}^4_2\mathrm{He}_2) + Q^*. \tag{8.39}$$

ここで，放出されるエネルギー Q' は娘核のエネルギー準位 (励起エネルギー E^*_y) によって変わり，$Q^* = Q - E^*_y$ により与えられる．

備考：

アルファ粒子（α 粒子）は高エネルギーのヘリウム原子核と記した．高エネルギーであるという意味は次の事実と比較しての話である．常温下 (15C,T=(273+15)K) におけるヘリウム原子の平均の運動エネルギーと平均の速さはそれぞれ 0.037 eV, 1.34×10^3 m/s 程度である．これらの数値は，エネルギー等分配則を仮定して，以下の数式で計算できる．

$$
\begin{aligned}
< \frac{1}{2}mv^2 > &= \frac{3}{2}k_{\mathrm{B}}T, && (8.40)\\
k_{\mathrm{B}} &= 1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J/K}, && (8.41)\\
1\ \mathrm{eV} &\approx 1.6 \times 10^{-19}\ \mathrm{J}, && (8.42)\\
m &\approx 4\ \mathrm{amu} = 4 \times 1.6605 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}. && (8.43)\\
< \frac{1}{2}mv^2 > &= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23}\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}} \times (273+15)\mathrm{K} \\
&= \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times (273+15) \times \frac{\mathrm{eV}}{1.6 \times 10^{-19}} \\
&= \frac{3}{2} \times 1.38 \times \frac{(273+15)}{1.6} \times 10^{-23+19}\ \mathrm{eV} \\
&= 0.037\ \mathrm{eV}. && (8.44)\\
\sqrt{< v^2 >} &= \sqrt{\frac{2}{m} \times \frac{3}{2}k_{\mathrm{B}}T} \\
&= \sqrt{\frac{2}{4 \times 1.6605 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}} \times \frac{3}{2} \times 1.38 \times 10^{-23} \times 288\mathrm{J}} \\
&= 1.34 \times 10^3\ \mathrm{m/s}. && (8.45)
\end{aligned}
$$

(より深く理解するために)

α 崩壊の理論は 1928 年頃に Gamov や, Condon, Gurney らによって与えられた．それによると，次のよう説明される．原子核がつくる力の場の中での α 粒子に対する核ポテンシャルは，おおむね次のようになるであろう．すなわち，α 粒子と残りの原子核との相対距離 r が大きいところでは $2(Z-2)/(4\pi\varepsilon_0 r)$ というクーロン斥力によるポテンシャル・エネルギーの形になり，r の小さいところでは負のポテンシャルになり，初め α 粒子はこの引力のポテンシャル井戸の中に閉じ込められていると考えられる．すると，ポテンシャル・エ

ネルギーの曲線は核半径程度の距離で極大を持ち，その山の高さは，核とα粒子の半径の和をRとすると，$2(Z-2)/(4\pi\varepsilon_0 R)$で与えられる．例えば，ウラン核の場合，このポテンシャルの山の高さは約8.6MeVより大きい．ところが，実際にウラン核から放出されるα粒子の運動エネルギーは約4.2MeVであるから，このα粒子はポテンシャルエネルギーの山を貫通して出てくると考えねばならない．このような現象は古典力学では説明できず，量子力学でいうトンネル効果と考えられる．

9　β崩壊

以下に述べるように，負のβ崩壊（狭義のβ崩壊），正のβ崩壊，軌道電子捕獲をβ崩壊と総称する．三つの場合の条件を議論する際に必要なので原子核と中性原子の質量について復習をする．原子は原子核と核外の電子から構成されている．通常の物質は電気的に中性であるので，原子核の質量は中性原子の質量を通じて与えられる．Z個の陽子とN個の中性子からなる原子核を持つ中性原子の質量$M(A,Z)$は原子核の質量$M'(A,Z)$，Z個の電子の質量 と電子の結合エネルギーB_eにより

$$M(A,Z)=M'(A,Z)+Z\cdot m_e+B_e/c^2 \tag{9.46}$$

と表される．この関係式において，電子の結合エネルギーB_eは一般には小さい．電子の結合エネルギーを無視する近似の下で

$$M(A,Z)=M'(A,Z)+Z\cdot m_e \tag{9.47}$$

となる．

1. 負のβ崩壊（β^-崩壊）：

   (a) 原子核の外部における中性子 (＝自由な中性子) は陽子に転換する．

   $$\mathrm{n}\rightarrow\mathrm{p}+\mathrm{e}^-+\bar{\nu}\ (T=10.6\ \mathrm{m}) \tag{9.48}$$

   (b) 中性子数が過剰な原子核の内部にある中性子が陽子に転換し，核内には存在できない電子と反ニュートリノ（反中性微子）が生成され，核外に放出される過程である．中性微子はゼロまたは電子の質量以下の質量をもつ中性の粒子である．反ニュートリーノはニュートリーノ（中性微子）の反粒子である．β^-崩壊の要素的過程は

   $$\mathrm{n}\rightarrow\mathrm{p}+\mathrm{e}^-+\bar{\nu} \tag{9.49}$$

   である．実例としては

   $${}^3_1\mathrm{H}\rightarrow{}^3_2\mathrm{He}+\mathrm{e}^-+\bar{\nu}\ (T=12\mathrm{y}\ ), \tag{9.50}$$

   $${}^{32}_{15}\mathrm{P}\rightarrow{}^{32}_{16}\mathrm{S}+\mathrm{e}^-+\bar{\nu}\ (T=14\mathrm{d}\ ) \tag{9.51}$$

などがある．この崩壊では，一般には原子核内の中性子が陽子に変換し，電子および反中性微子 $\overline{\nu}$ （反ニュートリーノ，anti-neutrino）が原子核の外に放出される．反中性微子は質量がゼロまたは電子の質量以下で中性の粒子である．一般に，この崩壊は β^- 崩壊後にできる原子核（＝娘核）が基底状態の場合には

$$ {}^{A}_{Z}X_N \rightarrow {}^{A}_{Z+1} Y_{N-1} + e^- + \overline{\nu} + Q(\beta^-). \tag{9.52} $$

と表される．ここでは β^- 崩壊を通じて放出されるエネルギーを $Q(\beta^-)$ と記す．または，娘核が励起状態の場合には

$$ {}^{A}_{Z}X_N \rightarrow {}^{A}_{Z+1} Y^*_{N-1} + e^- + \overline{\nu} + Q'(\beta^-) \tag{9.53} $$

と表される．ここで，＊印は励起状態を表わし，$Q'(\beta^-)$ は $Q(\beta^-)$ から励起エネルギー $E_{\rm ex}$ を引いたもので $(Q'(\beta^-) = Q(\beta^-) - E_{\rm ex})$，$Q'(\beta^-) < Q(\beta^-)$ である．この過程が起こる条件は，この変化によって質量欠損が生じ，それがエネルギーに転換されることである．この条件を，まず原子核の質量で表すと

$$ Q(\beta^-) \equiv [M'(A,Z) - M'(A,Z+1) - m_e]\, c^2 > 0. \tag{9.54} $$

となる．さらに，中性原子の質量を用いて，この条件を表すと

$$ Q(\beta^-) \equiv [M(A,Z) - M(A,Z+1)]\, c^2 > 0 \tag{9.55} $$

となる． 自由な中性子の陽子への崩壊の場合には

$$ Q(\beta^-) \equiv [m_n - m_p]\, c^2 \cong 0.5 \text{ MeV} > 0 \tag{9.56} $$

となり，条件は満たされている．

2. 正の β 崩壊（β^+ 崩壊）：

   (a) 自由な陽子，すなわち原子核の外の陽子 の中性子と陽電子とニュートリノへの崩壊の半減期は 10^{33} y 以上であると推定されている．すなわち，自由な陽子は実質的に安定であるとみなしてよい．この点，自由な中性子が不安定であることと対照的である．

   (b) 陽子数の過剰な原子核の内部にある陽子 が中性子に転換し，核内には存在できない陽電子とニュートリノが生じ，原子核の外に放出される過程を正の β 崩壊（β^+ 崩壊）と呼ぶ．その要素的な過程は

$$ \mathrm{p} \rightarrow \mathrm{n} + \mathrm{e}^+ + \nu \tag{9.57} $$

となる．実例として

$$ {}^{10}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{10}_{5}\mathrm{B} + \mathrm{e}^{+} + \nu \ (T = 19.4\mathrm{s}\ ), \tag{9.58} $$

$$ {}^{11}_{6}\mathrm{C} \rightarrow {}^{11}_{5}\mathrm{B} + \mathrm{e}^{+} + \nu \ (T = 20.3\mathrm{min}\ ) \tag{9.59} $$

などがある．ここで，陽電子 e^{+} は電子 e^{-} と結合し，エネルギーが約 0.5 MeV の γ 線，すなわち 2 個の光子を相互に逆向きに放出して消滅する.（対消滅）．互いに逆向きに放出されるのは，崩壊前後の運動量保存則に従うためである．

この崩壊では，原子核内の陽子が中性子に変換し，陽電子およびニュートリノが原子核の外に放出される．

陽電子は電子の反粒子であり，質量は電子のそれと同じで，電気量は逆符号で同じ大きさである．一般に，β^{+} 崩壊後にできる原子核（＝娘核）が基底状態の場合, この崩壊は次のように表わされる．

$$ {}^{A}_{Z}X_{N} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y_{N+1} + e^{+} + \nu + Q(\beta^{+}). \tag{9.60} $$

または，β^{+} 崩壊後にできる原子核（＝娘核）が励起状態の場合

$$ {}^{A}_{Z}X_{N} \rightarrow {}^{A}_{Z-1}Y^{*}_{N+1} + e^{+} + \nu + Q'(\beta^{+}) \tag{9.61} $$

と表わされる．ここで，$*$ 印は励起状態を表わし，$Q'(\beta^{+})$ は Q から励起エネルギーを引いたもので，$Q'(\beta^{+}) < Q(\beta^{+})$ である．この過程が起こる条件は，β^{-} 崩壊と同様に，この変化によって質量欠損が生じ，それがエネルギーに転換されることである．この放出エネルギーを $Q(\beta^{+})$ と記す．まずこの条件を原子核の質量で表すと

$$ Q(\beta^{+}) \equiv [M'(A,Z) - M'(A,Z-1) - m_e]\, c^2 > 0 \tag{9.62} $$

となる．さらに，中性原子の質量を用いて，この条件を表すと

$$ Q(\beta^{+}) \equiv [M(A,Z) - M(A,Z+1) - 2m_e]\, c^2 > 0 \tag{9.63} $$

と書き直される．

3. 軌道電子捕獲（**electron capture, EC**）:
負や正の β 崩壊では電子や陽電子が原子核から放出されるのに対し，ある原子の原子核がその軌道電子を吸収し，原子核内の陽子が中性子に変換する過程を軌道電子捕獲と呼ぶその要素的過程は

$$ \mathrm{p} + \mathrm{e}^{-} \rightarrow \mathrm{n} + \nu \tag{9.64} $$

となる．実例としては

$$ {}^{7}_{4}\mathrm{Be} + \mathrm{e} \rightarrow {}^{7}_{3}\mathrm{Li} + \nu \ (T = 53.6\mathrm{d}) \tag{9.65} $$

などがある．一般には次のように示される．

$$ {}^{A}_{Z}X_N + e^- \rightarrow {}^{A}_{Z-1}\,Y_{N+1} + \nu + Q. \tag{9.66}$$

この際，原子核に捕獲された軌道電子の空席に，より外側の殻の電子が落ち込み，X線（特性X線）が放出される．他の過程と同様に，この変化がおこる条件を原子核の質量で表すと

$$Q(EC) \equiv [M'(A,Z) + m_e - M'(A,Z-1)]\,c^2 - I > 0 \tag{9.67}$$

となる．ここで，I は軌道電子のイオン化エネルギー (ionization energy) である．さらに，中性原子の質量を用いて，この条件を表すと

$$Q(EC) \equiv [M(A,Z) - M(A,Z-1)]\,c^2 - I > 0 \tag{9.68}$$

と書き直される．通常，I は数 eV 程度であり，$Q(EC)$ は数 10eV 程度である．通常は原子核にもっとも近い K 殻軌道の電子を捕獲するので，K 捕獲 (K 電子捕獲) と呼ばれる．この現象が起こると，K 殻が空になり，他の電子がこれを埋めるために，$K-X$ 線と呼ばれる光子を放出する．あるいは，この光子放出の代わりに，外殻軌道にある電子にエネルギーを与えて，原子外に放出されて，原子全体のエネルギーが下がる（脱励起）こともある．後者の過程を オージェ過程（Auger process）と呼ばれ，一種の自己電離現象である．このときに放出される電子を オージェ電子（Auger electron）と呼ばれる．

4. β 線のエネルギースペクトルとエネルギー保存則：
α 線や γ 線は一つまたはそれ以上の定まったエネルギーをもって放射されるが，β 線はそうではなく，いろいろなエネルギーをもって放出される．すなわち，β 線は連続スペクトルを示す．β 線のエネルギーが一定していないのは，電子とともに（反）中性微子が放出され，電子と中性微子のもつエネルギーの和は放射性同位元素により定まっているが，両者へのエネルギーの配分は一定していないからである．

5. β 崩壊の安定曲線
β 崩壊に対する原子核の安定性は同重元素（質量数 A が同じ原子核の元素）の質量の陽子数（原子番号）への依存性を調べれば分かる．まず，原子核の結合エネルギーに対する半経験公式（ベーテ・ワィツェッカーの公式）は

$$BE(A,Z) = c_v A - c_s A^{2/3} - c_a \frac{(N-Z)^2}{A} - c_c \frac{Z^2}{A^{1/3}} + \delta(A,Z), \tag{9.69}$$

と与えられる．ここで体積エネルギー項，表面エネルギー項，非対称エネルギー項，クーロンエネルギー項の係数はそれぞれ

$$c_v = 15.826\text{MeV},\ \ c_s = 17.907\text{MeV},\ \ c_a = 23.517\text{MeV},\ \ c_c = 0.7183\text{MeV}, \tag{9.70}$$

とする．また，右辺の最後の項は対エネルギーを意味し，

$$\delta(Z,A)=\begin{cases}\frac{11.2}{A^{1/2}}\mathrm{MeV} & (Z,A\text{ ともに偶数})\\ 0 & (A\text{ が奇数})\\ -\frac{11.2}{A^{1/2}}\mathrm{MeV} & (Z,A\text{ ともに奇数})\end{cases} \tag{9.71}$$

と与えられる．質量数 A, 陽子数 Z の原子核質量についての半経験的公式（実は原子質量公式である）はつぎのように与えられる．

$$\begin{aligned} M(A,Z)c^2 &= [M_{\mathrm{H}}Z+(A-Z)m_{\mathrm{n}}]\,c^2-BE(A,Z)\\ &= [M_{\mathrm{H}}Z+(A-Z)m_{\mathrm{n}}]\,c^2-c_vA+c_sA^{2/3}+c_a\frac{[(A/2)-Z]^2}{A}\\ &\quad +c_c\frac{Z^2}{A^{1/3}}-\delta(A,Z). \end{aligned} \tag{9.72}$$

ここで，$M(A,Z)$ は中性原子の質量，M_{H} は中性の水素原子の質量，m_{n} は中性子の質量である．式（[?]) より，同じ質量数をもつ原子核（同重核）については，質量は陽子数 Z の下に凸の 2 次関数になるので，質量を最小にする陽子数が存在することがわかる．対エネルギー項を無視して，質量を最小にする陽子数 Z_β を求めるために，質量の偏微分係数を考えると，

$$\begin{aligned} 0 &= \frac{\partial M(A,Z)}{\partial Z}|_A\\ &= (M_{\mathrm{H}}-m_{\mathrm{n}})c^2-4c_a+\frac{8c_a}{A}Z+\frac{2c_c}{A^{1/3}}Z\\ \rightarrow Z_\beta &= \frac{2c_a+(m_{\mathrm{n}}-M_{\mathrm{H}})c^2}{4c_a+c_cA^{2/3}}A \qquad (9.73)\\ &\approx \frac{1}{2+(\frac{c_c}{2c_a})\times A^{2/3}}A \qquad (9.74) \end{aligned}$$

が得られる．係数の値を代入すると，質量数 A の原子核の質量数を最小にする陽子数

$$\begin{aligned} Z_\beta &= \frac{1}{1.98350+0.01527A^{2/3}}A \qquad (9.75)\\ &\approx \frac{1}{2+0.015A^{2/3}}A \qquad (9.76) \end{aligned}$$

が得られる．この関係式を満たす $N(=A-Z)$ と Z との関係は β 崩壊に対する安定核の”谷間”ー Heisenberg の谷ーを通る曲線であり, β 安定曲線 と呼ばれる．(Heisenbergの谷という呼称は日本に固有であって，外国では使用されていないことに注意しよう．) 例えば，$A=63$ を代入すると，$Z_\beta\approx 28.15$,$A=135$ を代入すると，$Z_\beta\approx 56.37$ である．

10　γ 崩壊

原子核は通常は安定した状態である基底状態になっているが，すでに説明したように，その構成粒子である核子は高速で運動している．しかし，外部からエネルギーを加えられるか，他の放射性崩壊の過程で，より高い内部エネルギーをもっている励起状態になる場合がある．このエネルギー差を励起エネルギーというが，この値は連続的ではなく，離散的である．ある励起状態にある原子核がより低いエネルギー状態に遷移するとき，エネルギー差に相当する定まったエネルギー（高エネルギー）の電磁波，すなわち，ガンマ線（γ 線）を放出する．この過程を γ 崩壊崩壊（または崩壊，gamma decay）という．放出される γ 線のスペクトルは線スペクトルである．

この γ 崩壊は，核種を X で表わすと，一般に

$$X^* \to X + \gamma \tag{10.77}$$

のように表される．ここで，γ 崩壊前後の原子核のエネルギーを E_i, E_f, γ 線の波長を λ, 振動数を ν とすれば，エネルギー保存則から（近似的に）次の関係がある．

$$E_i - E_f \approx h\nu (= h\frac{hc}{\omega}). \tag{10.78}$$

ここで，なぜ前式が近似的な関係である理由をより厳密に考えてみよう．γ 線は光子の流れであり，光子はエネルギーとともに運動量ももつ．γ 崩壊が起こるためにはエネルギー保存だけではなく，運動量も保存されなければならない．すなわち，崩壊前に原子核（の重心）が静止していて，γ 線の放出とともに，逆向きに運動量 P で運動 (反跳，recoil) したとすると

$$\begin{aligned} E_i &= E_f + \frac{P^2}{2M} + h\nu, && (10.79) \\ P &- \frac{h\nu}{c} = 0, && (10.80) \\ \to E_i - E_f &= \frac{(\frac{h\nu}{c})^2}{2M} + h\nu && (10.81) \end{aligned}$$

通常の γ 崩壊ではエネルギー差が 1 MeV 程度であり，核子の静止エネルギーが約 940MeV であることを考慮すれば，右辺の第 1 項は第 2 項に比べて十分小さいことが分かる．しかし，この反跳エネルギーを結晶格子全体に吸収されるという機構が注目され，メスバウアー効果として知られている．R.Meyer「固体物理学概論」（アグネ技術社）15 章など参照．なお，γ 崩壊は一般には瞬間的に（10^{-10}s 以下）起こるが，励起状態の寿命が非常

に長いもの（metastable state）があり，長時間にわたって変化する場合もある．これを異性体変化（isomeric transition）という．例えば，^{103}Rh の場合の異性体には ^{103}Rh$^{\mathrm{m}}$ の半減期は約 57 分である．

参考文献

[1] 豊田利幸「新・核戦略批判」岩波新書，1983 年．pp.6 − 9．

[2] 成田正邦，小澤保知「原子工学の基礎」現代工学社，1998 年．特に，p.60．ただ，p.62 の式 (3-101) の指数関数の指数のうち，$t-T$ は t とすべき活字ミス (入力ミス）かもしれない．

[3] J. R. ラマーシュ「原子炉の初等理論 (上)」吉岡書店，1995 年．特に，p．13, pp.22-22.

[4] J. R. ラマーシュ「原子核工学入門 (上)」吉岡書店，2003 年．特に，pp.22-26．