

(トリチウム核のベータ崩壊)filename=decay-tritium-qa20180118.tex

三重水素（トリチウム (Tritium)）の原子核  ${}^3_1\text{H}$  (または T)（三重陽子）はベータ崩壊する。次の問いに答よ。

1. このベータ崩壊の反応式を記せ。記号として、電子  $e^-$ 、反ニュートリノ  $\bar{\nu}$  を用いよ。
2. 放射性の原子核の初めの時刻における個数を  $N_0$ 、崩壊定数を  $\lambda$  とすれば、任意の時刻  $t$  における、この原子核の個数  $N(t)$  はどのように表されるか。
3. このとき、半減期  $T$  はどう表されるか。
4. 初めの時刻から、 $t$  時間経過した時の崩壊の割合  $\Delta N(t)/N_0$  を記せ。
5. このベータ崩壊の半減期  $T = 12.3 \text{ y}$  として、1 年間で三重水素の原子核の何 % が崩壊することになるか計算せよ。ただし、 $\log_e 2 (\equiv \ln 2) \approx 0.693$  を用いてよい。

[解答例]

1. 題意より、ベータ崩壊は原子核内の中性子が陽子に変わり、電子と反ニュートリノが放出され、電荷と質量数が保存される過程であるから、ヘリウム 3 の原子核  ${}^3_2\text{He}$  を用いて次のように書ける。



2. 題意より、 $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ .

3. 半減期の定義より

$$\begin{aligned} N(t+T) &= \frac{1}{2} N(t) \rightarrow e^{-\lambda(t+T)} = e^{-\lambda t} \\ &\rightarrow \lambda T = \log_e 2 (\equiv \ln 2) \\ &\rightarrow T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}. \end{aligned} \quad (2)$$

4. 初めの時刻から  $t$  時間経過した時の崩壊の割合  $\Delta N(t)/N_0$  は

$$\begin{aligned} \Delta N(t)/N_0 &= 1 - \exp\left(-\frac{0.693 t}{T}\right), (\exp^x \equiv e^x) \\ &= 1 - e^{-0.05634 t} \\ &\approx 0.055 \end{aligned} \quad (3)$$

となる。すなわち、毎年約 5.5% 崩壊する。

参考：電卓などが手元にない場合；

題意より,  $t/T = 1/12.3$  であるから, 近似式

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots \approx 1 + x \text{ for } |x| \ll 1 \quad (4)$$

を用いれば

$$\begin{aligned} \frac{\Delta N(t)}{N_0} &= 1 - \exp\left(-\frac{0.693 t}{T}\right) \\ &\approx \frac{0.693 t}{T} \\ &\approx 0.056 \end{aligned} \quad (5)$$

とほぼ正確な値が簡単に計算される.