

[例題：電気力と重力]filename=electoric-gravity-forces-qa20191211.tex

原子の体積の大部分は真空であると説明されることがある。しかし、その領域は力が働かない自由空間だろうか、水素原子の場合に調べてみる。電子と陽子はいずれも電荷と質量を持っているので、電気力の大きさ F_{elec} と重力の大きさ F_{grav} の比とその結果の意味を次の手順で考えよ。ただし、陽子と電子の間の距離を r 、それぞれの質量を M, m 、電荷素量 e 、重力定数 G 、電気定数 (真空の誘電率) ϵ_0 という記号を用いる。

1. 任意の距離 r の場合、電気力と重力の比 $F_{\text{elec}}/F_{\text{grav}}$ の式を与えられた文字を用いて表せ。
2. 定数 M, m, e, G, ϵ_0 の具体的な値 (近似値), $M \approx 1.7 \times 10^{-27} \text{kg}$, $m \approx 0.91 \times 10^{-30} \text{kg}$, $e \approx 1.6 \times 10^{-19} \text{C}$, $G \approx 6.7 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$, ϵ_0 は $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9.0 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2$ を用いて、電気力と重力の比 $F_{\text{elec}}/F_{\text{grav}}$ の値を計算せよ。
3. 前問の結果から推定できることを述べよ。

解答例

1. 電気力の大きさ F_{elec} 、重力の大きさ F_{grav} と、それらの比は次のように表わされる。

$$F_{\text{elec}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}, \quad (1)$$

$$F_{\text{grav}} = G \frac{Mm}{r^2}, \quad (2)$$

$$\frac{F_{\text{elec}}}{F_{\text{grav}}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{GMm}. \quad (3)$$

このように、電気力と重力の比は距離に依存しない。

2. ここで具体的な値を代入すると

$$\begin{aligned} \frac{F_{\text{elec}}}{F_{\text{grav}}} &\approx \frac{(9.0 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2) \times (1.6 \times 10^{-19} \text{C})^2}{(6.7 \times 10^{-11} \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2) \times (1.7 \times 10^{-27} \text{kg}) \times (0.91 \times 10^{-30} \text{kg})} \\ &= \frac{9.0 \times (1.6)^2}{6.7 \times 1.7 \times 0.91} \times 10^{9-38+11+27+30} \\ &\approx 0.22 \times 10^{40}. \end{aligned} \quad (4)$$

3. (a) 原子の中の原子核と電子の間隙は、単なる自由真空ではなく、強い電気力が働いているので、荷電粒子は容易には通過できない。
(b) 中性子には電気力は働かないので、原子の内部である原子核に接近できる。
(c) ただし、電氣的に中性の原子の場合、その負電荷の核外電子と正電荷の原子核があり、電荷間に電気力が働くため、他の原子に単純には接近できない。