

ニュートリーノの固体の鉄の中における平均自由行程を次のようにして計算せよ。
ニュートリーノの固体の鉄との相互作用(反応)のミクロ断面積 $\sigma \approx 10^{-47}\text{m}^2$ とする。

1. グラム原子量 M_A 、密度 ρ 、アボガドロ数 N_a を用いて、原子(核)数密度 N を表せ。
2. 鉄のグラム原子量 $M_A = 55.9\text{g}$ 、アボガドロ数 $N_a = 6 \times 10^{23}$ 、鉄の密度 $\rho = 7.8 \times 10^3\text{kg/m}^3$ として鉄の原子(核)数密度 N を具体的に計算せよ。
3. ある反応のミクロ断面積 σ と原子(核)数 N によりマクロ断面積 Σ と対応する平均自由行程 ℓ を表せ。
4. 鉄のグラム原子量 $M_A = 55.9\text{g}$ として、ニュートリーノの固体の鉄の中における平均自由行程の平均自由行程 ℓ を m 単位で具体的に計算せよ。
5. 宇宙の中におけるニュートリーノの活動範囲の大きさを推定するために、平均自由行程を光年(光が1年間で走行する距離)単位で表せ。ただし、光速 $c = 3.0 \times 10^8\text{m/s}$ とする。

(解答例)

1.

$$N = \frac{\rho}{M_A} N_a \quad (1)$$

2. 鉄のグラム原子量は約 55.9g であるから

$$\begin{aligned} N &= \frac{7.8 \times 10^3\text{kg/m}^3}{55.9 \times 10^{-3}\text{kg}} \times 6 \times 10^{23} \\ &= 8.37 \times 10^{28}\text{atom(nucleus)/m}^3. \end{aligned} \quad (2)$$

3.

$$\Sigma = N\sigma \quad (3)$$

$$\ell = \frac{1}{\Sigma} = \frac{1}{N\sigma} \quad (4)$$

4.

$$\begin{aligned} \ell &= \frac{1}{N\sigma} = \frac{1}{8.37 \times 10^{28}\text{atom(nucleus)m}^{-3} \times (10^{-47}\text{m}^2)} \\ &= 0.12 \times 10^{19}\text{m}. \end{aligned} \quad (5)$$

5.

$$\begin{aligned} 1\text{光年} &= 365 \times 24 \times 60 \times 60\text{s} \times (3.0 \times 10^8\text{m/s}) \\ &= 9.46 \times 10^{15}\text{m}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$1\text{m} = \frac{1\text{光年}}{9.46 \times 10^{15}}. \quad (7)$$

$$\ell = \frac{0.12 \times 10^{19}}{9.46 \times 10^{15}}\text{光年} \quad (8)$$

$$= 126.3\text{光年}. \quad (9)$$