

複数の元素から構成される物質を考える。この物質の  $i(= 1, 2, \dots, k)$  番目の元素の原子(核)の数密度を  $n_i$ 、高速中性子との原子核反応のミクロ全断面積を  $\sigma_i$  とする。(ここで全断面積とは散乱(scattering)と吸収(absorption)に対するそれぞれのミクロ断面積  $\sigma_{is}$  と  $\sigma_{ia}$  の和を意味する。)

1. この物質と高速中性子との核反応のマクロ全断面積  $\Sigma$  を  $n_i$  と  $\sigma_i$  で表す式を記せ。
2. この原子核反応の平均自由行程  $\ell$  をマクロ全断面積  $\Sigma$  で表せ。
3. この物質への中性子の入射強度 (=入射方向の単位面積、単位時間当たりの入射中性子の個数) を  $I_0$  とすると、物質に進入した距離  $x$  における強度  $I(x)$  を求めよ。
4. 空気の主要な構成元素である窒素(N)と酸素(O)について以下の値が与えられた場合に、空気における中性子 ( $E_n = 0.1\text{MeV}$ ) の平均自由行程  $\ell$  を計算せよ。

$$n(\text{N}) = 0.536 \times 10^{19}/\text{cm}^3, \quad \sigma(\text{N}) = 5.0\text{barn for } E_n = 0.1\text{MeV}, \quad (1)$$

$$n(\text{O}) = 0.536 \times 10^{19}/\text{cm}^3, \quad \sigma(\text{O}) = 3.5\text{barn for } E_n = 0.1\text{MeV}, \quad (2)$$

$$1\text{barn} = 10^{-24}\text{cm}^2. \quad (3)$$

5. 前問と同じ条件の下で、平均自由行程の10倍の距離  $x = 10\ell$  における減衰率  $I(x)/I_0$  を計算せよ。さらに、 $I_0 = 10^{15}/(\text{cm}^2 \cdot \text{s})$  の場合の中性子強度  $I(x)$  を計算せよ。

(解答例)

1. 単体のマクロ全断面積が  $\Sigma = n\sigma$  と表されるので、題意より

$$\Sigma = n_1\sigma_1 + n_2\sigma_2 + \dots + n_k\sigma_k. \quad (4)$$

2. 題意より  $\ell = 1/\Sigma$ .
3. 進入距離が  $x + dx$  の場合の強度を  $I(x + dx)$  とすると、進入幅  $dx$  における強度の減衰 ( $-dI, dI \equiv I(x + dx) - I(x)$ ) が  $I(x), dx$  に比例し、単位長さあたり核反応の起こる確率がマク全断面積に等しいので

$$\begin{aligned} -dI &= \Sigma I(x)dx \rightarrow \frac{dI}{I(x)} = -\Sigma dx \\ \rightarrow I(x) &= I_0 \exp(-\Sigma x) \end{aligned} \quad (5)$$

4. 題意より

$$\begin{aligned} \Sigma &\approx n(\text{N})\sigma(\text{N}) + n(\text{O})\sigma(\text{O}) = 0.536 \times 10^{19} \cdot \text{cm}^{-3} \times (5.0 + 3.5) \times 10^{-24}\text{cm}^2 \\ &= 4.556 \times 10^{-5}\text{cm}^{-1}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\ell \approx 219\text{m}. \quad (7)$$

5. 題意より、 $\exp(-\frac{x}{\ell}) = \exp(-10) = 0.45 \times 10^{-6}$ .

$$I(x) = I_0 \exp(-\frac{x}{\ell}) = 0.45 \times 10^9/(\text{cm}^2\text{s}). \quad (8)$$