

高速中性子による核分裂連鎖反応における以下の問いに答えよ。

1. 中性子の吸収による核分裂のマイクロ断面積を σ_f 、核分裂性の原子核の数密度 (= 単位体積あたりの個数) を n とすれば、中性子の平均自由行程 λ_f はどう表されるか。
2. 中性子の運動エネルギーを E 、その質量を m とする。一回の核分裂について中性子の平均自由時間 (= 緩和時間) は核分裂連鎖反応の 1 世代 (generation) の時間でもあるので、 t_g と表す。 t_g を E , m , n , σ_f で表す式を求めよ。
3. プルトニウムの密度を $\rho = 19.8 \text{ g/cm}^3$ 、プルトニウム 239 のグラム原子量を $M_a \approx 239 \text{ g}$ とし、エネルギー $E = 2 \text{ MeV}$ の高速中性子に対するプルトニウム 239 の核分裂断の面積を $\sigma_f = 2.2 \text{ barn}$ (1 barn = 10^{-24} cm^2) とし、 t_g を s 単位で計算せよ。ただし、アボガドロ数 $N_A \approx 6 \times 10^{23} / \text{mol}$ 、計算を簡単にするため、式の中で、 m を $(m/mc^2)c^2$ と書き直して、 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $mc^2 \approx 940 \text{ MeV}$ を用いよ。

(解答例)

1. 中性子の平均自由行程 λ_f は

$$\lambda_f = \frac{1}{n\sigma_f} \quad (1)$$

となる。

2. 核分裂の緩和時間は、中性子の速度 v を用いて近似的につきのように表わされる。

$$t_g = \frac{\lambda_f}{v} = \frac{1}{vn\sigma_f}. \quad (2)$$

一方、速度と運動エネルギーの関係より

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 \\ \rightarrow v &= \sqrt{\frac{2E}{m}} \end{aligned} \quad (3)$$

が求まる。式 (3) を式 (2) に代入して

$$\rightarrow t_g = \frac{1}{n\sigma_f} \sqrt{\frac{m}{2E}}. \quad (4)$$

3. 題意より

$$\begin{aligned} n &= \frac{19.8 \text{ g/cm}^3}{239 \text{ g}} \times (6 \times 10^{23}) \\ &= 0.497 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}\lambda_f &= \frac{1}{(0.497 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}) \times (2.2 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)} \\ &= 9.14 \text{ cm},\end{aligned}\tag{6}$$

$$\begin{aligned}v &= c\sqrt{\frac{2E}{mc^2}} \approx (3 \times 10^8 \text{ m/s})\sqrt{\frac{2 \times 2 \text{ MeV}}{940 \text{ MeV}}} \\ &= 0.195 \times 10^{10} \text{ cm/s},\end{aligned}\tag{7}$$

$$\begin{aligned}t_g &= \frac{9.14 \text{ cm}}{0.195 \times 10^{10} \text{ cm/s}} \\ &= 0.469 \times 10^{-8} \text{ s}.\end{aligned}\tag{8}$$

備考：

このように、 σ_f という微視的性質と n という巨視的性質が組み合わさって、高速中性子にたいする核分裂の平均自由行程 λ_f は核分裂性物質の固まりのサイズを反映し、高エネルギー $E = 2\text{MeV}$ ，すなわち高速により、核分裂の一代時間 t_g は約 1 億分の 1 程度という極々短時間になる。実際に起こる核分裂連鎖反応の世代数を t_g にかけると、核爆発の時間の総計になる。