

(高速中性子によるウランの核分裂連鎖反応における世代時間)

nuclearweapon-generation-time-U-qa20190206.tex

高速中性子による核分裂連鎖反応における以下の問いに答えよ。

1. 中性子の吸収による核分裂のマイクロ断面積を σ_f 、核分裂性の原子核の数密度 (= 単位体積あたりの個数) を n とすれば、中性子の平均自由行程 λ_f はどう表されるか。
2. 中性子の運動エネルギーを E 、その質量を m とする。一回の核分裂について中性子の平均自由時間 (= 緩和時間) は核分裂連鎖反応の 1 世代 (generation) の時間でもあるので、 t_g と表す。 t_g を E , m , n , σ_f で表す式を求めよ。
3. ウランの密度を $\rho = 18.7 \text{ g/cm}^3$ 、ウラン 235 のグラム原子量を $M_a \approx 235 \text{ g}$ とし、エネルギー $E = 2\text{MeV}$ の高速中性子に対するウラン 235 の核分裂断面積を $\sigma_f = 1.4 \text{ barn}$ ($1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$) とし、 t_g を s 単位で計算せよ。ただし、アボガドロ数 $N_A \approx 6 \times 10^{23} / \text{mol}$ 、計算を簡単にするため、式の中で、 m を $(mc^2)/c^2$ と書き直して、 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、 $mc^2 \approx 940 \text{ MeV}$ を用いよ。

(解答例)

1. 中性子の平均自由行程 λ_f は

$$\lambda_f = \frac{1}{n\sigma_f} \quad (1)$$

となる。

2. 核分裂の緩和時間は、中性子の速度 v を用いて近似的につぎのように表わされる。

$$t_g = \frac{\lambda_f}{v} = \frac{1}{vn\sigma_f}. \quad (2)$$

一方、速度と運動エネルギーの関係より

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 \\ \rightarrow v &= \sqrt{\frac{2E}{m}} \end{aligned} \quad (3)$$

が求まる。式 (3) を式 (2) に代入して

$$\rightarrow t_g = \frac{1}{n\sigma_f} \sqrt{\frac{m}{2E}}. \quad (4)$$

3. 題意より

$$\begin{aligned} n &= \frac{\rho}{M_a} N_A \\ &= \frac{18.7 \text{ g/cm}^3}{235 \text{ g}} \times (6 \times 10^{23}) \end{aligned}$$

$$= 0.477 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}, \quad (5)$$

$$\lambda_f = \frac{1}{(0.477 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}) \times (1.4 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)}$$

$$= 14.97 \text{ cm}, \quad (6)$$

$$v = c \sqrt{\frac{2E}{mc^2}} \approx (3 \times 10^8 \text{ m/s}) \sqrt{\frac{2 \times 2 \text{ MeV}}{940 \text{ MeV}}}$$

$$= 0.195 \times 10^{10} \text{ cm/s}, \quad (7)$$

$$t_g = \frac{14.97 \text{ cm}}{0.195 \times 10^{10} \text{ cm/s}}$$

$$= 0.768 \times 10^{-8} \text{ s}. \quad (8)$$

備考：

このように、 σ_f という微視的性質と n という巨視的性質が組み合わさって、高速中性子にたいする核分裂の平均自由行程 λ_f は核分裂性物質の固まりのサイズを反映し、高エネルギー $E = 2\text{MeV}$ 、すなわち高速により、核分裂の一世代時間 t_g は約1億分の1程度という極々短時間になる。実際に起こる核分裂連鎖反応の世代数を t_g にかけて、核爆発の時間の総計になる。