

高速中性子による核分裂連鎖反応における以下の問いに答えよ。

1. 中性子の吸収による核分裂のミクロ断面積を  $\sigma_f$ 、核分裂性の原子核の数密度 (= 単位体積あたりの個数) を  $n$  とすれば、中性子の平均自由行程  $\lambda_f$  はどう表されるか。
2. 中性子の運動エネルギーを  $E$ 、質量を  $m$  とする。一回の核分裂について中性子の平均自由時間 (= 緩和時間) は核分裂連鎖反応の 1 世代 (generation) の時間でもあるので、 $t_g$  と表す。 $t_g$  を  $E$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $\sigma_f$  で表す式を求めよ。
3. ウランの密度を  $\rho = 18.7 \text{ g/cm}^3$ 、ウラン 235 のグラム原子量を  $M_a \approx 235 \text{ g}$  とし、エネルギー  $E = 2 \text{ MeV}$  の中性子に対するウラン 235 の核分裂断面積を  $\sigma_f = 1.4 \text{ barn}$  ( $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ ) として、 $t_g$  を s 単位で計算せよ。ただし、アボガドロ数  $N_A \approx 3 \times 10^{23} / \text{mol}$ 、計算を簡単にするため、式の中で、 $m$  を  $(mc^2)/c^2$  と書き直して、 $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ 、 $mc^2 \approx 940 \text{ MeV}$  を用いよ。

(解答例)

1. 中性子の平均自由行程  $\lambda_f$  は

$$\lambda_f = \frac{1}{n\sigma_f} \quad (1)$$

となる。

2. 核分裂の緩和時間は、中性子の速度  $v$  を用いて近似的につぎのように表わされる。

$$t_g = \frac{\lambda_f}{v} = \frac{1}{vn\sigma_f}. \quad (2)$$

一方、速度と運動エネルギーの関係より

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{2}mv^2 \\ \rightarrow v &= \sqrt{\frac{2E}{m}} \end{aligned} \quad (3)$$

が求まる。式 (3) を式 (2) に代入して

$$\rightarrow t_g = \frac{1}{n\sigma_f} \sqrt{\frac{m}{2E}}. \quad (4)$$

3. 題意より

$$\begin{aligned} n &= \frac{\rho}{M_a} N_A \\ &= \frac{18.7 \text{ g/cm}^3}{235 \text{ g}} \times (6 \times 10^{23}) = 0.477 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}\lambda_f &= \frac{1}{(0.477 \times 10^{23} \text{ cm}^{-3}) \times (1.4 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)} \\ &= 14.97 \text{ cm},\end{aligned}\tag{6}$$

$$\begin{aligned}v &= c\sqrt{\frac{2E}{mc^2}} \approx (3 \times 10^8 \text{ m/s})\sqrt{\frac{2 \times 2 \text{ MeV}}{940 \text{ MeV}}} \\ &= 0.195 \times 10^{10} \text{ cm/s},\end{aligned}\tag{7}$$

$$t_g = \frac{14.97 \text{ cm}}{0.195 \times 10^{10} \text{ cm/s}} = 0.768 \times 10^{-8} \text{ s}.\tag{8}$$

備考：

このように、 $\sigma_f$  という微視的性質と  $n$  という巨視的性質が組み合わさって、高速中性子にたいする核分裂の平均自由行程  $\lambda_f$  は核分裂性物質の固まりのサイズを反映し、高エネルギー  $E = 2\text{MeV}$ 、すなわち高速により、核分裂の一代時間  $t_g$  は約 1 億分の 1 程度という極々短時間になる。実際に起こる核分裂連鎖反応の世代数を  $t_g$  かけると、核爆発の時間の総計になる。