

爆発的な核分裂連鎖反応における系の熱膨張について以下の問いに答えよ。1回の核分裂により発生するエネルギーを ε_f 、核分裂性物質の質量を M 、すでにある時点で、核分裂した部分の質量を ΔM 、アボガドロ数を N_A 、まだ核分裂していない質量 ($M - \Delta M$) の残りの部分 (系) の膨張速度を計算する。この原子核のグラム原子量を M_a 、光速を c とする。

1. 質量 ΔM が全て核分裂した場合、発生するエネルギーの総量を $\varepsilon_f, \Delta M, M_a, N_A$ を用いて表せ。
2. 簡単のため、残りの部分 (系) の質量が2等分されて、同じ速さ v で互いに逆方向に運動すると仮定して、2つの部分系の運動エネルギーの和を $(M - \Delta M), v$ で表せ。
3. 前問までの結果を使って、すでに核分裂した部分により発生したエネルギーが全て残りの部分 (系) の運動エネルギーに転化すると仮定して、膨張速度 v を $c, \varepsilon_f, M, M_a, \Delta M, N_A$ で表す式を求めよ。
4. 前問の結果において、 $\varepsilon_f = 180 \text{ MeV}$, $N_A = 6 \times 10^{23} / \text{mol}$, $c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$, $M_a = 239 \text{ g}$, $M = 6.3 \text{ kg}$, わずか1万分の1だけ核分裂連鎖反応を起こした、すなわち $\Delta M / M = 1 / 10,000$ とし、かつ簡単のため、 $M - \Delta M \approx M$ と近似して、 v の値を km/s 単位で求めよ。ここで、 $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$, $1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$ を用いよ。

(解答例)

1. 質量 ΔM のモル数 (物質量) は $\Delta M / M_a$ であるから、題意より

$$\varepsilon_f \times \left(\frac{\Delta M}{M_a} \right) \times N_A \quad (1)$$

2. 題意より

$$2 \times \frac{1}{2} \left(\frac{M - \Delta M}{2} \right) v^2 \quad (2)$$

3. 題意より、式(1)と式(2)を等しいと置き、 v を求めると

$$\begin{aligned} \varepsilon_f \times \left(\frac{\Delta M}{M_a} \right) \times N_A &= 2 \times \frac{1}{2} \left(\frac{M - \Delta M}{2} \right) v^2 \\ \rightarrow v &= \sqrt{\frac{2\varepsilon_f \cdot \left(\frac{\Delta M}{M_a} \right) \cdot N_A}{M - \Delta M}} \end{aligned} \quad (3)$$

となる。

4. 題意より

$$\begin{aligned}v &\approx \sqrt{2\varepsilon_f \cdot \left(\frac{\Delta M}{M}\right) \left(\frac{N_A}{M_a}\right)} \\&= \sqrt{2 \times (180 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}) \times 10^{-4} \left(\frac{6 \times 10^{23}}{0.239 \text{ kg}}\right)} \\&= \sqrt{\left(\frac{2 \times 180 \times 1.6 \times 6}{0.239}\right) \times 10^{6-19-4+23} \text{ J/kg}} \\&\rightarrow v \approx 120 \times 10^3 \text{ m/s} = 120 \text{ km/s.}\end{aligned}\tag{4}$$

備考：

このように、核分裂により発生したエネルギーによる熱膨張のために、重い金属などで系を押さえこむ装置（タンパーという）、核分裂性物質の外側から爆薬により中心部にむけて圧縮（爆縮, implosion）して抑えない限り、核分裂性物質系は未臨界になる。すなわち、残りの系は核分裂連鎖反応を続けられず、大きな爆発力は得られない。広島原爆の爆発効率は約 1.5%、長崎原爆のそれは約 15% だったと推定されている。

参考：

- (a) 常温の空気中の音速 $\approx 0.34 \text{ km/s}$ である。
- (b) 核分裂性物質の未臨界状態から臨界、超臨界状態への集積方式について、広島原爆の砲弾方式の場合、実際的な集積速度は $1,000 \text{ m/s}$ 程度で、長崎原爆の爆縮方式の場合、その数百倍であると議論されている。 <http://nuclearweaponarchive.org/Nwfaq/Nfaq4-1.html> の p.37, p.39 参照のこと。