

太陽の寿命：solarlife-qa20160128.tex

太陽の放射エネルギーの観測値から寿命の長さを以下のような手順で推定しよう。

1. 太陽が地球に1分間、 1 cm^2 あたりに照射するエネルギーを太陽定数(β とする)といい、その平均値は $1.95\text{ cal}/(\text{min}\cdot\text{cm}^2)$ である太陽から地球までの距離 $d = 1.5 \times 10^{11}\text{ m}$ として、太陽が1sに放出する全放射エネルギー(仕事率) dW/dt を計算せよ。
2. 太陽の放射エネルギーの起源は、いくつかの反応系列を通じて水素の原子核(陽子) ${}_1^1\text{H}(=p)$ の4個が核融合し、 ${}_2^4\text{He}(=\alpha)$ になるときに放出されるエネルギーである



と仮定し、この1回の核融合で放出されるエネルギー Q を計算せよ。ここで陽子の質量(近似的に中性水素原子の質量と等しい) $m_p = 1.007825\text{ amu}$, ${}_2^4\text{He}(=\alpha)$ の質量 $M_\alpha = 4.00260\text{ amu}$, $1\text{ amu} = 1.6605655 \times 10^{-27}\text{ kg}$, $1\text{ amu} \times c^2 = 931.5045\text{ MeV} = 1.49 \times 10^{-10}\text{ J}$ とする。 c は光速である。陽電子(e^+)の質量を無視してよいとする。

3. 1s間に核融合する陽子の個数 dN_p/dt を計算せよ。
4. 1s間に核融合する陽子の質量 dM_p/dt を計算せよ。
5. 太陽の質量を $M_s = 1.99 \times 10^{30}\text{ kg}$ として、その質量の10分の1が中心部に存在していると考えられる水素であると仮定して、太陽の寿命 T が何年になるか計算せよ。

(解答例)

1. まず、太陽定数を計算に都合のよい単位に変換する。

$$\beta = 1.95 \times 4.18 \frac{\text{J}}{(60\text{s} \times 10^{-4}\text{m}^2)} = 1.36 \times 10^3 \frac{\text{J}}{(\text{m}^2\text{s})}. \quad (2)$$

太陽が距離 d の地点には等方的にエネルギーを放射していると考えて

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dt} &= \beta \times (4\pi d^2) = 1.36 \times 10^3 \frac{\text{J}}{(\text{m}^2\text{s})} \times [4 \times 3.14 \times (1.5 \times 10^{11}\text{m})^2] \\ &= \frac{1.95 \times 4.18 \times 1.5^2}{60} \times 10^{4+22} \times \frac{\text{J}}{\text{s}} = 3.845 \times 10^{26} \left(\frac{\text{J}}{\text{s}}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

2. 題意より

$$\begin{aligned} Q &= (4m_p - M_\alpha) \cdot c^2 = (4 \times 1.007825 - 4.00260)\text{ amu} \cdot c^2 \\ &= 26.73\text{ MeV} = 0.0287 \times 1.49 \times 10^{-10}\text{ J} = 4.28 \times 10^{-12}\text{ J} \end{aligned} \quad (4)$$

3. 題意より

$$\frac{dN_p}{dt} = \frac{4 \left(\frac{dW}{dt}\right)}{Q} = 3.59 \times 10^{38}\text{ proton/s}. \quad (5)$$

4. 題意より

$$\frac{dM_p}{dt} = \frac{dN_p}{dt} \times m_p = 6.01 \times 10^{11} \text{ kg/s. (毎秒約6億トン減少)} \quad (6)$$

5. 題意より

$$T = \frac{\frac{1}{10} M_s}{\frac{dM_p}{dt}} = 3.31 \times 10^{17} \text{ s} = 1.05 \times 10^{10} \text{ year} \approx 100 \text{ 億年.} \quad (7)$$