

(自発核分裂による中性子発生率 Pu-240、Pu-238) spontaneous-fission-neutron-rate-qa20200218A.tex

自発核分裂 (spontaneous fission) について以下の問いに答えよ。

1. 自発核分裂の崩壊定数  $\lambda_{\text{SF}}$  とその半減期  $T_{\text{SF}} = 0.693/\lambda_{\text{SF}}$  として考えている原子核 1 個あたりの単位時間あたりの自発核分裂数を求めよ。
2. この原子核のグラム原子量を  $M_a$ 、アボガドロ数を  $N_A$  として、質量 1 g あたりの自発核分裂率  $R_{\text{SF}}$  と自発核分裂による中性子発生率  $dn_{\text{SF}}/dt$  を求めよ。
3.  $^{240}\text{Pu}$  の場合、 $\bar{\nu}_{\text{SF}} = 2.2$  n/fission,  $T_{\text{SF}} = 1.14 \times 10^{11}$  y,  $M_a = 240$  g として、さらに  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  として、 $R_{\text{SF}}$ ,  $dn_{\text{SF}}/dt$  を計算せよ。
4.  $^{238}\text{Pu}$  の場合、 $\bar{\nu}_{\text{SF}} = 2.3$  n/fission,  $T_{\text{SF}} = 4.75 \times 10^{10}$  y,  $M_a = 238$  g として、さらに  $N_A = 6.02 \times 10^{23}$  として、 $R_{\text{SF}}$ ,  $dn_{\text{SF}}/dt$  を計算せよ。

(解答例)

1. 任意の時刻  $t$  における原子核の個数を  $N(t)$  とすると放射性崩壊の法則により

$$\begin{aligned}\frac{dN}{dt} &= -\lambda_{\text{SF}}N \\ &= -\frac{0.693}{T_{\text{SF}}}N; \quad (\lambda_{\text{SF}} = \ln 2/T_{\text{SF}} = 0.692/T_{\text{SF}})\end{aligned}$$

を得る。原子核 1 個あたりについては以下のようなになる。

$$\left| \frac{1}{N} \frac{dN}{dt} \right| = \frac{0.693}{T_{\text{SF}}}. \quad (1)$$

2. 題意より

$$\begin{aligned}R_{\text{SF}} &\equiv \frac{\frac{0.693}{T_{\text{SF}}} \times \left(\frac{1}{M_a} \times N_A\right)}{1 \text{ g}} \\ \rightarrow R_{\text{SF}} &= \frac{0.693}{T_{\text{SF}}} \times \left(\frac{1}{M_a} \times N_A\right)\end{aligned} \quad (2)$$

さらに

$$\begin{aligned}\frac{dn_{\text{SF}}}{dt} &= \bar{\nu}_{\text{SF}} \times R_{\text{SF}} \\ &= \bar{\nu}_{\text{SF}} \times \frac{0.693}{T_{\text{SF}}} \times \frac{1}{M_a} \times N_A\end{aligned} \quad (3)$$

3. 題意より

$$\begin{aligned}R_{\text{SF}} &= \frac{0.693}{1.14 \times 10^{11} \text{ y}} \times \left( \frac{1}{240 \text{ g}} \right) \times 6.02 \times 10^{23} \\ \rightarrow R_{\text{SF}} &= 482 \frac{\text{fission}}{\text{g} \cdot \text{s}}; \quad (1 \text{ y} = 3.15 \times 10^7 \text{ s}) \\ \frac{dn_{\text{SF}}}{dt} &= \bar{\nu}_{\text{SF}} \times R_{\text{SF}} \\ &= \bar{\nu}_{\text{SF}} \times \frac{0.693}{T_{\text{SF}}} \times \frac{m}{M_A} \times N_a \\ &= 2.2 \times 484 \frac{\text{n}}{\text{g} \cdot \text{s}} \\ \rightarrow \frac{dn_{\text{SF}}}{dt} &= 1064 \frac{\text{n}}{\text{g} \cdot \text{s}}.\end{aligned}\tag{4}$$

4. 前問までと同様にして  $^{238}\text{Pu}$  の場合は以下の結果が得られる：

$$R_{\text{SF}} = 1170 \frac{\text{fission}}{\text{g} \cdot \text{s}},\tag{5}$$

$$\frac{dn_{\text{SF}}}{dt} = 2691 \frac{\text{n}}{\text{g} \cdot \text{s}}.\tag{6}$$