

1. 国際単位 (SI 単位系) または MKS 単位系で、角速度 ω 、角運動量 L の次元 (単位) を記せ。
また、角運動量の次元がエネルギーの次元と時間の次元の積になっていること確かめよ。
2. 質量 m の粒子が、半径 r 、角速度 ω で円運動している。このとき、角運動量の大きさ L を求めよ。
3. $m = 100\text{kg}, r = 1\text{m}, v = 2\text{m/s}$ のとき、 $\theta = \pi/2$ における角運動量の大きさ L を求めよ。

(解答) (1) 角運動量 L の定義は

$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v} = \mathbf{r} \times \mathbf{p},$$

なので、次元は

$$\begin{aligned} [L] &= \text{m} \cdot \text{kg} \cdot (\text{m/s}) \\ &= \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-1}. \end{aligned}$$

一方、エネルギー E の次元は

$$\begin{aligned} [E] &= \text{m} \cdot \text{kg} \cdot (\text{m/s}^2) \\ &= \text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}, \end{aligned}$$

従って、

$$[L] = [E] \times \text{s}.$$

(2) 角運動量の大きさ L は

$$L = r p \cdot \sin \theta \quad (\text{ただし、}\theta \text{ は } r \text{ と } p \text{ のなす角})$$

円運動では $\theta = \pi/2$ 、 $p = mv = mr\omega$ なので

$$\therefore L = mr^2\omega.$$

(3)

$$L = r \cdot mv = 1\text{m} \times 100\text{kg} \times 2\text{m/s} = 200\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}.$$