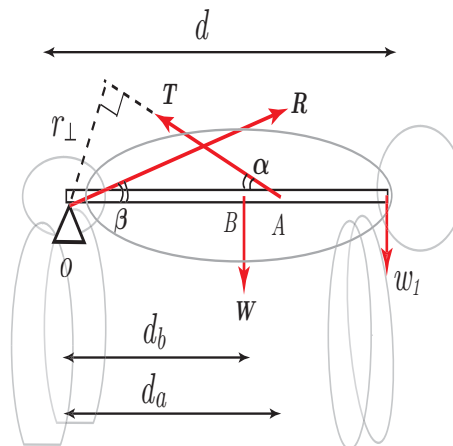


軽い物体でも、かがみこんで持ち上げようとするれば、非常に大きな力が脊柱にかかる。この力が大きいことを理解するために、脊椎を支点のある棒として取り扱うモデルで考える。上半身を長さ  $d$  の水平な剛体棒で、その重心  $B$  点に大きさ  $W$  の重力がかかるとする。その左端が支点  $O$  (= 仙骨) で支えられ、支点は水平と角度  $\beta$  で右斜め上向きに、力  $R$  を及ぼすとする。背中の種々の筋肉の正味の作用は、重心  $B$  点よりも頭部側 (左側) の  $A$  点に、水平と角度  $\alpha$  で左斜め上向きに働く力  $T$  で示される単一の筋肉の作用と等価であるとする。胴体、頭、腕にかかる重力をまとめたのが力  $W$  であり、体全体にかかる重力の約 65% である。ここでは腕におもりをもち、支点  $O$  の他端にあるとし、その重力の大きさを  $w_1$  とする。支点  $O$  から力  $T$  の着点  $A$  までの距離を  $d_a$ 、力  $W$  の着点  $B$  までの距離を  $d_b$  とする。

1. この場合の力のつりあい条件式を記せ。
2. この場合の力のモーメント (トルク) のつりあい条件式を記せ。
3. 力  $T$  を  $\alpha, d_a, d_b, W, w_1$  で表す式を求めよ。
4. 力  $R$  の水平成分  $R \cos \beta$  と鉛直成分  $R \sin \beta$  を  $\alpha, d_a, d_b, W, w_1$  で表す式を求めよ。(備考: 本問では角度  $\beta$  の具体的な値は不要。)
5.  $W = 450\text{N}, w_1 = 160\text{N}, \alpha = \frac{\pi}{15}, d_a = 0.7d, d_b = 0.6d$  の場合、 $T$  と  $R$  はそれぞれ、何  $\text{N}$  になるか。  
(角度は度数法ではなく、弧度法 (ラジアン) で表現されていることに注意。)  
(備考: 前問までの結果には、 $d$  は  $d_a, d_b$  との比の形で含まれているために、本問の計算には、 $d$  の具体的な値は必要ない。)

(解答例)

題意より働く力とその作用点、向きなどは下図のようになる。



1. 力のつりあい条件より

$$0 = -T \cos \alpha + R \cos \beta, \quad (1)$$

$$0 = T \sin \alpha + R \sin \beta - (W + w_1). \quad (2)$$

2. 支点Oのまわりの力のモーメントつりあい条件より, 力Rは、この場合、トルクに寄与しないので

$$0 = T \cdot d_a \sin \alpha - W \cdot d_b - w_1 \cdot d \quad (3)$$

が得られる。

3. 式(3)より

$$T = \left( \frac{W d_b + w_1 d}{d_a} \right) \frac{1}{\sin \alpha} \quad (4)$$

が得られる。

4. 式(4)を式(1)と(2)に代入して

$$R \cos \beta = \left( \frac{W d_b + w_1 d}{d_a} \right) \frac{1}{\tan \alpha}, \quad (5)$$

$$R \sin \beta = \left( \frac{W(d_a - d_b) - w_1(d - d_a)}{d_a} \right), \quad (6)$$

が得られる。

5. 題意より与えられた値を式(4),(5)と(6)に代入すると

$$\begin{aligned} T &= \left( \frac{0.6 \times 450\text{N} + 1 \times 160\text{N}}{0.7} \right) \frac{1}{0.208} = \frac{430\text{N}}{0.146} \\ &= 2953\text{N} (\approx 301\text{kgw}), \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (R \cos \beta) &= \left( \frac{0.6 \times 450\text{N} + 1 \times 160\text{N}}{0.7} \right) \frac{1}{0.215} \\ &\approx 2857\text{N} (\approx 291.5\text{kgw}), \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} (R \sin \beta) &= \left( \frac{(0.7 - 0.6) \times 450\text{N} - (1 - 0.7) \times 160\text{N}}{0.7} \right) \\ &\approx -4.3\text{N} (\approx -0.44 \text{kgw}), \end{aligned}$$

$$\rightarrow R = \sqrt{(R \cos \beta)^2 + (R \sin \beta)^2} \approx \sqrt{(2857)^2 + (-4.3)^2} \cdot \text{N} \quad (9)$$

$$\approx 2857\text{N} (\approx 291.5\text{kgw}). \quad (10)$$

となる。ただし、1 kgw  $\equiv$  1 kg 重  $\approx$  9.8 N。(備考：ここで、角度は度数法ではなく、弧度法(ラジアン)で表現されていることに注意する。電卓等で数値計算をする場合には、角度表記の選択切り替えが必要かどうかを確認すること。)