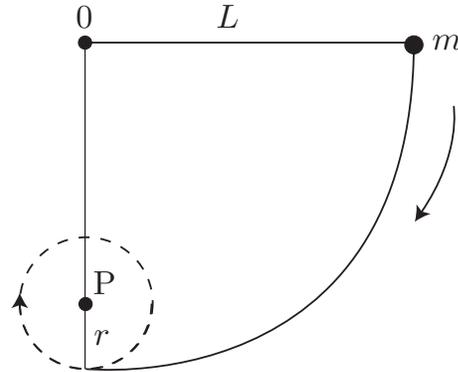


天井から長さ  $L$  の、質量の無視できる伸び縮みしない糸で、質量  $m$  のおもりが吊るしてある。糸を水平にして静かに手を放す。糸が鉛直になったとき、糸は細い棒 P に接触して、おもりは半径  $r$  の円弧状を運動する。重力の加速度の大きさを  $g$  とせよ



1. 位置エネルギーの基準点を糸の最下点として、棒 P に接触した後の半径  $r$  の円弧上の最高点の速度を  $v$  として、このおもりの力学的エネルギーの保存を表す式を記せ。
2. 前問と同様に、糸の半径  $r$  の円弧上の最高点における、糸の張力を  $S$  として、円の中心向きの運動方程式を記せ。
3. 前前問、前問の結果より、張力  $S$  を  $g, m, L, r$  で表す式を求めよ。
4. 糸がゆるまないためには張力  $S$  はどんな条件を満たすべきか。またそのとき、前問の結果に代入して、半径  $r$  が満たすべき条件を求めよ。

(解答例)

1. 題意より、このおもりの力学的エネルギーの保存を表す式は

$$mgL = \frac{1}{2}mv^2 + 2mgr. \quad (1)$$

2. 題意より、張力と重力は同じ向きで、円運動の加速度は(円周方向の速さの2乗)/(半径)だから

$$m\frac{v^2}{r} = S + mg. \quad (2)$$

3. 式(1)から  $mv^2$  を式(2)に代入すると

$$S = \frac{2mg(L - 2r)}{r} - mg = 2mg\left(\frac{L}{r}\right) - 5mg. \quad (3)$$

4. 糸がたるまない条件は  $S \geq 0$  である。式(3)に適用して、式を整理すると

$$2mg\left(\frac{L}{r}\right) - 5mg \geq 0 \quad (4)$$

$$\rightarrow r \leq \frac{2}{5}L. \quad (5)$$