

[等加速度運動]

(1) x 軸上を運動する質点があり、時刻 t における位置 $x(t)$ が次のように、定数 α, β を用いて時間 t の関数として与えられている。このとき、速度、加速度を求めよ。

$$x(t) = \frac{1}{2}\alpha t^2 + \beta t$$

(2) これは、どういう運動であるか述べよ。

(3) 性能のよいブレーキとタイヤのついた自動車では、ブレーキをかけると加速度約 7m/s^2 で減速できるとする。時速 100km で走っていた自動車が急停止するまでに、どのくらいの距離 (m) を走るか？

(解答例)

(1)

$$\begin{aligned}\text{速度 : } v(t) &\equiv \dot{x}(t) = \frac{d}{dt}x(t) \\ &\rightarrow v(t) = \alpha t + \beta \\ \text{加速度 : } a(t) &\equiv \ddot{x}(t) = \frac{d^2}{dt^2}x(t) \\ &\rightarrow a(t) = \alpha \quad (\text{一定})\end{aligned}$$

(2) 初速度 β 、加速度 α の等加速度運動

(3) $x(t)$ と $v(t)$ より、 t を消去

$$\begin{aligned}\rightarrow t &= \frac{v - \beta}{\alpha} \\ \rightarrow x &= \frac{1}{2}\alpha \left(\frac{v - \beta}{\alpha}\right)^2 + \beta \left(\frac{v - \beta}{\alpha}\right) = \frac{(v - \beta) + 2\beta(v - \beta)}{2\alpha} = \frac{v^2 - \beta^2}{2\alpha} \quad (1)\end{aligned}$$

ここで

$$\begin{aligned}\alpha &= -7 \text{ m/s}^2 \\ \beta &= 100 \text{ km/hour} = 10^5 \text{ m}/3600 \text{ sec} \simeq 27.8 \text{ m/s} \\ v(t) &= 0 \text{ m/s}\end{aligned}$$

これら $\alpha, \beta, v(t)$ を式 (1) に代入

$$x = \frac{0 - (27.8\text{m} \cdot \text{s}^{-1})^2}{2(-)7\text{m} \cdot \text{s}^{-2}} \simeq 55.1 \text{ m}$$

以上より、時速 100km で走っていた自動車が急停止するまでに、約 55.1m 走行する。