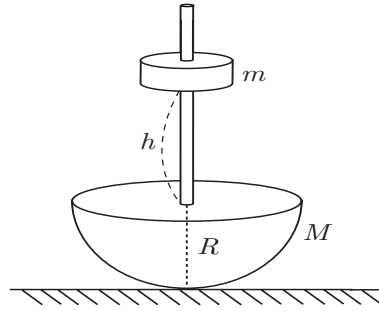


半径 R 、質量 M の半球の重心は円の中心から距離 $3R/8$ の点にある。

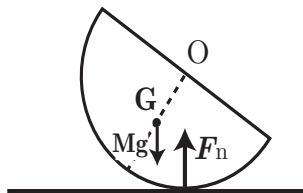
この半球に質量の無視できる軽い棒をつけ、それに質量 m のおもりをつけた (図)。このおもりの位置を高くすると不安定になる。



1. 半球だけの場合に、半球が傾きかけたときの安定性を説明せよ。
2. 次に半球の軽い棒の先に質量 m のおもりをつける場合、トルクのつりあいを実現する場合 (臨界条件) の半球の中心からおもりまでの距離を計算せよ。

(解答例)

1. この半球だけの場合、
 - (a) 半球には、その重心 G に鉛直下向きの重力 (Mg) が加わり、床面から垂直抗力 F_n を受ける。
 - (b) F_n は半球の中心 O に向かう方向に働く。
 - (c) 半球を少し傾けると、重力によるトルクは共に半球を元の位置に戻そうとする (回復させる) 効果を生じる。垂直抗力は半球の中心を通るから、トルクへの寄与はない。



2. 棒とおもり m をつける場合。半球の中心 O 点のまわりについて考える。(垂直抗力は半球の中心を通るから、トルクへの寄与はない。) Mg のトルクは元に戻そうとする効果があるが、 mg のトルクは傾きを強めさせる。従って、その臨界的状態は、 O 点のまわりの Mg によるトルクと mg によるトルクがつり合うときなので、棒と鉛直からの傾き角を θ とすると

$$Mg \cdot \frac{3}{8}R \cdot \sin \theta = mg \cdot h \cdot \sin \theta \rightarrow h = \frac{3MR}{8m}$$

となる。

