

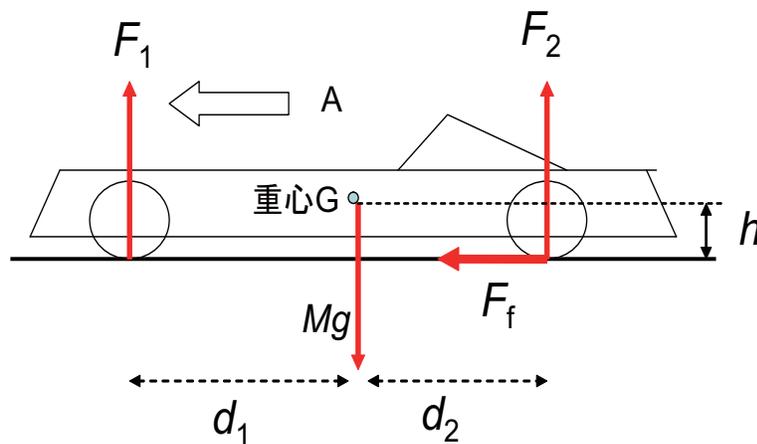
(レーシングカーの車体の形状 (filename=raing-car-qa080728.tex))

レーシングカー（競争用自動車）の走行を単純化し、剛体のつりあい問題と見なし、車体の特徴的な形状の理由を次の手順で考える。

接地面から自動車の重心までの高さを h 、重心から前輪および後輪の車軸までの水平距離をそれぞれ d_1, d_2 、自動車全体の質量を M とする。関係する力は、地面から前輪および後輪に働く垂直抗力 (F_1, F_2)、および、前輪および後輪に地面から働く水平方向の正味の摩擦力 (F_f)、自動車の重心に働く重力である。重力の加速度を g 、(静止)摩擦係数を μ とする。また、摩擦力を通じて、レーシングカーのエンジンは、後輪に(性能の範囲内で)任意の大きさの力のモーメント(トルク)を与えることができる仮定する。

1. このレーシングカーの、鉛直方向の力のつりあい条件、重心のまわり、力のモーメントのつりあい条件、並進加速度の水平成分を A とした水平方向の運動方程式、静止摩擦力の上限式を記せ。
2. 以上の結果を用いて、並進加速度の水平成分 A の最大値 A_{\max} を g, μ で表す式を求めよ。
3. 前問の結果を水平方向の運動方程式に代入し、さらに力のモーメントのつりあい条件に代入することにより、 μ を d_2, h で表す式を求めよ。
4. 前問の結果を、前々の結果に代入し、 A_{\max} を d_2, g, h で表す式を求め、 A_{\max} をできるだけ大ききするには、 d_2, h をどうすればよいか。

(解答例)



1. 題意よりそれぞれ

$$F_1 + F_2 - Mg = 0, \quad (1)$$

$$F_2 d_2 - F_1 d_1 - F_f h = 0, \quad (2)$$

$$MA = F_f, \quad (3)$$

$$F_f \leq \mu F_2 \quad (4)$$

となる。

2. 式(3),(4)より、並進加速度の水平成分 A が最大になるのは、静止摩擦力が最大値 ($F_f = \mu F_2$) になるときである。さらに、式(1)より、前輪にかかる抗力 $F_1 \geq 0$ であるから、後輪にかかる抗力 F_2 が最大になるのは $F_1 = 0, F_2 = Mg$ の場合である。これらの結果より、

$$A_{\max} = \frac{\mu F_2}{M} = \frac{\mu Mg}{M} = \mu g. \quad (5)$$

が得られる。

3. 前問の結果などを式(2)に代入すると

$$\begin{aligned} Mg d_2 - 0 \times d_1 - \mu Mg h &= 0 \\ \rightarrow \mu &= \frac{d_2}{h} \end{aligned} \quad (6)$$

が得られる。この結果(6)を式(5)に代入すると

$$A_{\max} = \frac{d_2}{h} g \quad (7)$$

が得られる。すなわち、 A_{\max} を大きくするには、できるだけ d_2 を大きくし、 h を小さく(= 胴長、低車体に)することが必要である。

(備考：並進加速度の水平成分 A の最大値 A_{\max} はレーシングカーの加速性能の大きさと見なせる。)