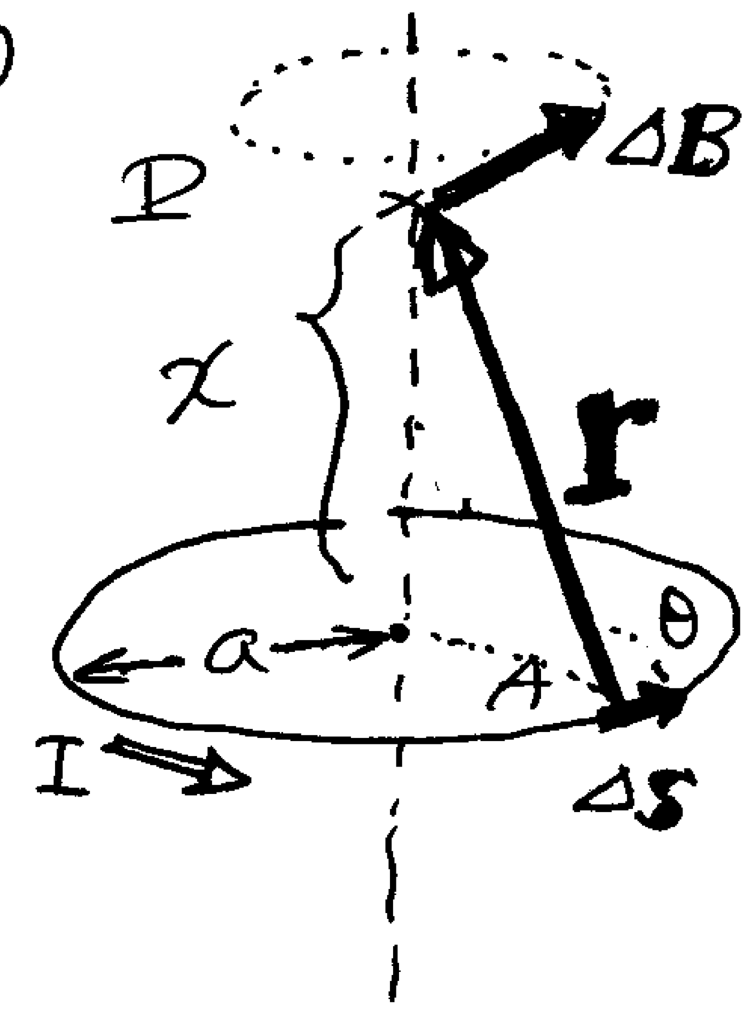
Department of Physics
Faculty of Engineering
Kyushu Institute of Technology

円電流（半径a，電流I）の中心軸上の磁束密度をビオ・サバールの法則を用いて求めよ。，結果を円の中心からの距離の関数として概略図（グラフ）を描け。ただし真空の透磁率をμ_0とする。また円電流の近くの磁力線も図示せよ。

（解）



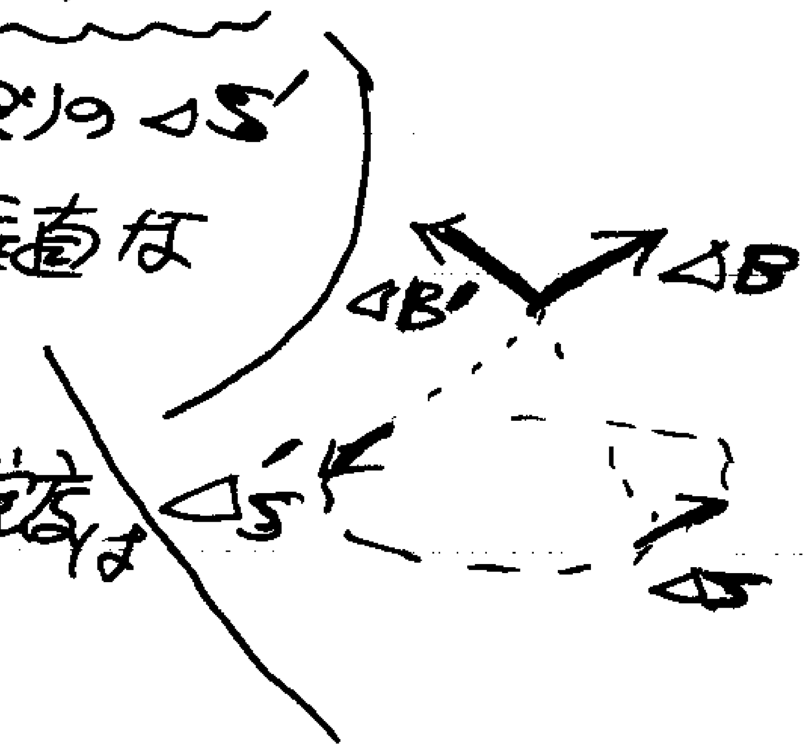
ビオ・サバールの法則より円電流の線要素ベクトル $\Delta \mathbf{s}$ が，位置そこからの位置ベクトル $\mathbf{r}$ のところにつくる磁束密度 $\Delta \mathbf{B}$ は

$$\boxed{\Delta \mathbf{B} = \frac{\mu_0 I \,\Delta \mathbf{s}\times \mathbf{r}}{4\pi r^3}} \quad ①$$

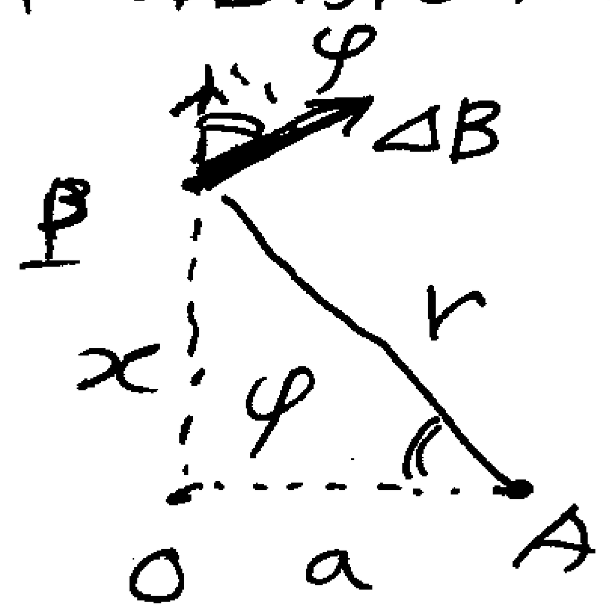
大きさ：$\boxed{\Delta B = \frac{\mu_0 I \cdot \Delta s}{4\pi r^2}}$ ② ← $\Delta \mathbf{s}\times \mathbf{r} = \Delta s \cdot r \sin\theta$. $\theta = \pi/2$

向きは，$\Delta \mathbf{s}$ から $\mathbf{r}$ に右ネジを回すときに，ネジの進む向きである。
（点Aと中心軸の決定する面上にある。）

この円電流が中心軸上の点P(x)につくる磁束密度Bは，軸対称性から中心軸の方向を向く。（というのは $\Delta \mathbf{s}$ と反対側の $\Delta \mathbf{s}'$ がP点につくる磁束密度 $\Delta \mathbf{B}'$ が必ず与えられ，中心軸に垂直な成分は相殺（そうさい）される！）



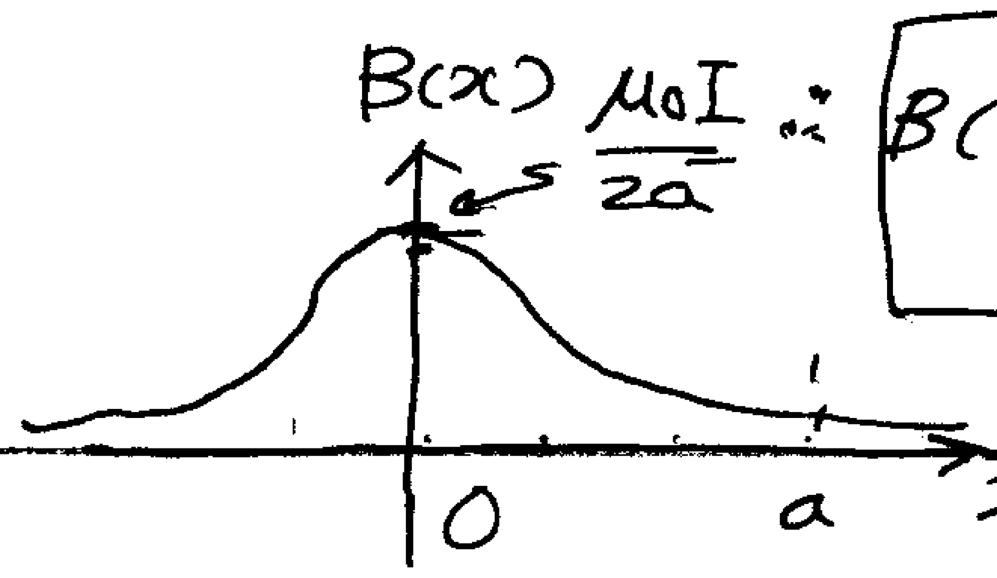
中心軸方向の成分は $\Delta B \cdot \cos\varphi$ なので，この円電流がつくる磁束密度は



$$\boxed{B(x) = \oint \cos\varphi \cdot \Delta B}$$ ；円周について積分

$$= \frac{\mu_0 I \cdot \cos\varphi}{4\pi r^2}\oint ds \quad \cdots ③$$

ここで $\cos\varphi = \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$，$r = \sqrt{a^2+x^2}$ なので



∴ $\boxed{B(x) = \left(\frac{\mu_0 I}{2a}\right)\cos^3\varphi}$. $\left(\cos^3\varphi = \frac{a^3}{(\sqrt{a^2+x^2})^3}\right)$

$$\frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2+a^2)^{3/2}}$$