電流と磁場

目次

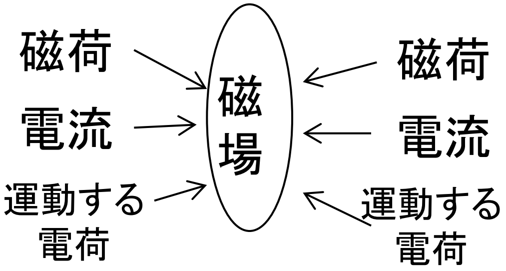
Made by R. Okamoto (Emeritus Prof., Kyushu Inst. of Tech.)
File name＝current-magneticfield140622B.ppt

０．はじめに―物質の磁気的性質と磁場―

- 電荷はその周囲に電場をつくる
- 電場は他の電荷に電気力を作用する。
- 電荷の正味の移動は電流を生じる

- 磁石（の磁荷）はその周囲に磁場をつくる
- 磁場は他の磁荷に磁気力を作用する。

しかし
- 電流も磁場をつくる
- 運動している電荷も磁場をつくる
- 磁場は，磁荷だけではなく，
  電流にも磁気力を作用するし，
  運動している電荷にも磁気力を作用する



つまり

磁場を通じて、3x3＝9種類の相互作用が起こる！

磁束密度と磁場ー複数の立場、記述が可能

<u>真空中の電磁気学</u>では電場E, 磁場（の磁束密度）Bだけで記述できる。
しかし、
<u>物質中の電磁気学</u>では電場E、磁場（の磁束密度）Bと磁場の強さHが必要である。

多くの教科書では：
　磁場の磁束密度B、　磁場の強さH

現在採用中の教科書,原康夫「物理学基礎(4版）」では
　磁場Bとよぶ。（Hは磁場の強さとよぶ。）

1. 磁石と磁場

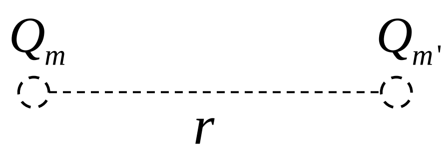
古代中国：磁針が南北を指すことの発見。

磁石は鉄を引きつける力がもっとも強い部分であるN極，S極と喚ばれる磁極が両端にある.

物質の磁気的性質を担う実体はミクロな「電流」（実は電子のスピンに起因する磁気双極子）であるが、

現在の電磁気学は単磁極（分離された磁極）が存在しないことを前提に構成されている。

磁気力：磁石が鉄を引きつけたり、磁針を南北にむける力。
磁荷（magnetic charge）：磁極の強さ。



$$F \propto \frac{Q_m Q_{m'}}{r^2} \rightarrow F = k\frac{Q_m Q_{m'}}{r^2}$$

電荷Q,電気力***F***から電場***E***を定義(導入)した: $Q, \mathbf{F} \to \mathbf{E} \equiv \dfrac{\mathbf{F}}{Q}$

磁荷Q_m,磁気力***F***から磁場***B***を定義(導入):

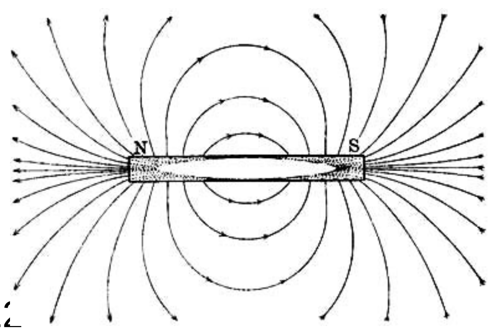
$$Q_m, \mathbf{F} \to \mathbf{B} \equiv \frac{\mathbf{F}}{Q_m}$$

磁場Bの単位T(テスラ).磁荷Q_mの単位はN/T.

関連する単位
1ナノテスラ (nT) = 10^{-9}テスラ (T)

地磁気の強さは場所によって異なり、磁力は
24 000 - 66 000 nT= (0.24- 0.66)x10^{-4} T

磁力線(磁束線):各点での接線がその場所の磁場ベクトル***B***の向きとなるような向きのある曲線。

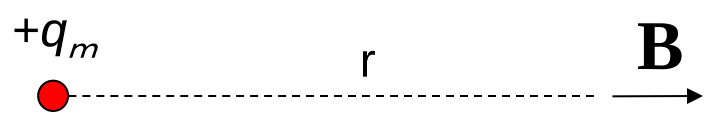


磁力線は必ず閉じている!

⇔電気力線は開いているか、閉じている

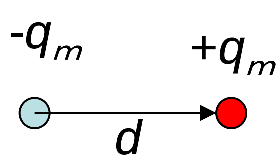
磁気双極子とそれが作る磁場

「磁荷」q_mが距離<u>r</u>の地点につくる磁場（磁束密度）の大きさB

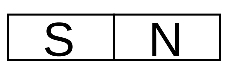


$$B = \frac{1}{4\pi}\frac{q_m}{r^2}$$

距離dだけ離れて存在している-q_m, + q_mの正負の「磁荷」対を磁気双極子といい、<u>$\mu = q_m d$　を磁気双極子モーメント</u>という。dに向きを持たせると, 磁気双極子モーメントは一般にはベクトルである。

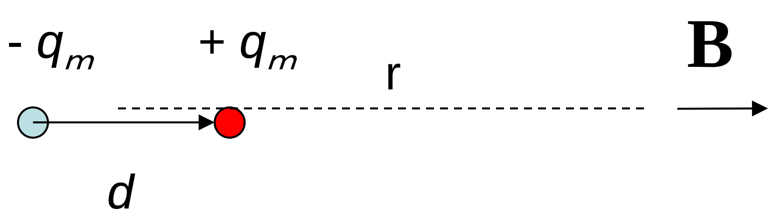


$$\mu \equiv q_m d$$



微小磁石

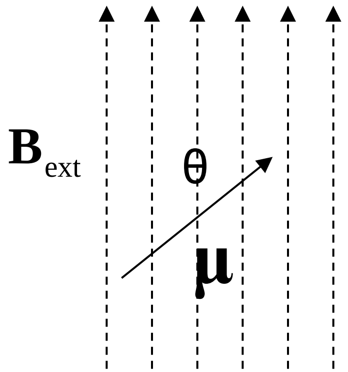
磁気双極子がその方向の, 十分遠方の距離r の地点につくる磁場の大きさB



$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{\mu_m}{r^3},\ [\mu_0\text{: 真空の透磁率}]$$

外部磁場の中の磁気双極子モーメント

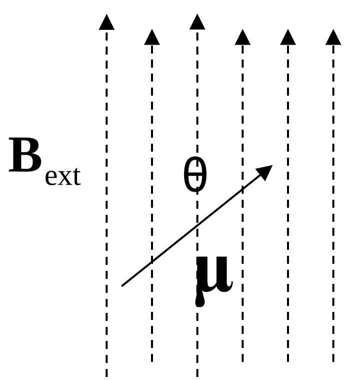
外部磁場B_{ext}中の磁気双極子に働くポテンシャル・エネルギー



$$U = -\boldsymbol{\mu} \bullet \mathbf{B}_{ext}$$
$$= -\mu B_{ext} \cos\theta$$

μベクトルとB$_{ext}$ベクトルが平行になろうとする。

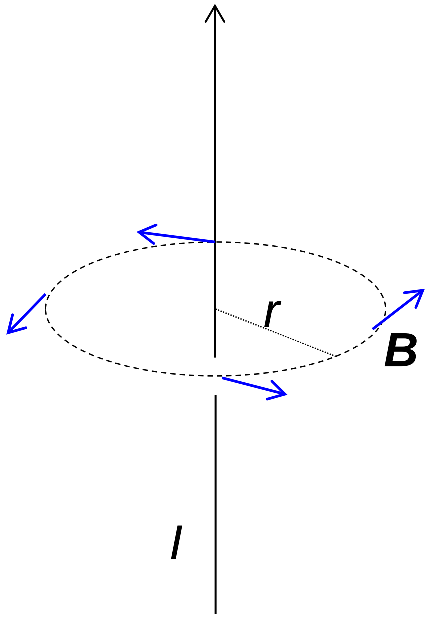
空間的均一な外部磁場B_{ext}中の磁気双極子に働くトルク（力のモーメント）



$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_{ext}$$

2.電流のつくる磁場(1)

1820年エルステッド(スェ): 長い直線電流のまわりに磁場が生じることの発見。



電流Iが, 距離r のところに作る磁場$\boldsymbol{B}$の大きさ

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\,\mathrm{T \cdot m/A}$$

磁場の向きは, 電流の流れる向きに進む右ねじの回る向きである。(右ねじの法則)。

参考:後述のように、ビオ・サバールの法則から理論的に導出も可能。

・電流のつくる磁場Bについては<u>重ね合わせの原理</u>が成り立つ。すなわち、何本かの導線に電流が流れている場合に生じる磁場は各電流のつくる磁場のベクトル和である。

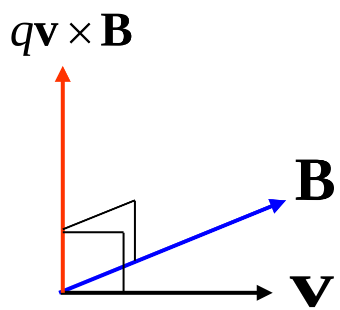
$I_1 \to \boldsymbol{B}_1$, $I_2 \to \boldsymbol{B}_2$, ・・・, $I_n \to \boldsymbol{B}_n$ の場合,

$I_1 + I_2 + \cdots I_n \to \boldsymbol{B}_1 + \boldsymbol{B}_2 + \cdots + \boldsymbol{B}_n$ (ベクトル和)

3.磁場中の運動する荷電粒子に働く磁気力(ローレンツ力)

(外部)磁場***B***の中を速度***v***で運動する電荷qに働く磁気力は

(q>0の場合)



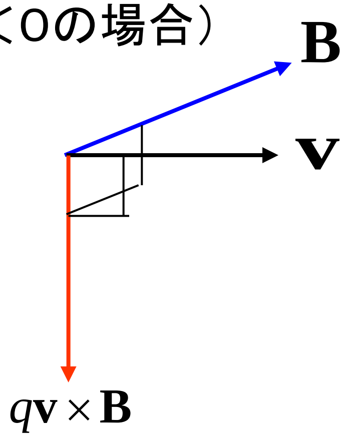
$$\mathbf{F}=q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

$$F=qvB\sin\theta\,,\quad \theta:\mathbf{v}\text{と}\mathbf{B}\text{のなす角度}$$

電場***E***もある場合、荷電粒子に働く電磁力***F***

$$\mathbf{F}=q\mathbf{E}+q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

(q<0の場合)



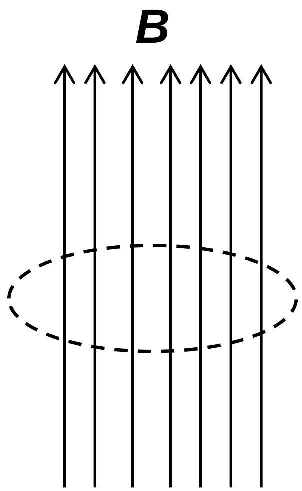
注意:ローレンツ力(q***V***×***B***)は荷電粒子の運動方向と垂直に作用するので仕事をしない.

→単位T(テスラ)などの別表現

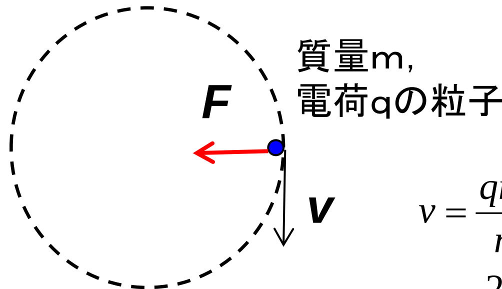
$$\mathrm{T}=\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}}\leftarrow[F]=[q][v][B],\ \mathrm{N}=\mathrm{Cms}^{-1}\mathrm{T}$$

$F=Q_mB$ →磁荷の単位＝Am, 磁気モーメントの単位＝Am^2

サイクロトロン運動(一様な磁場の中の荷電粒子の等速円運動)



B から見ると



円運動の向心方向の運動方程式

$$m\frac{v^2}{r} = qvB$$

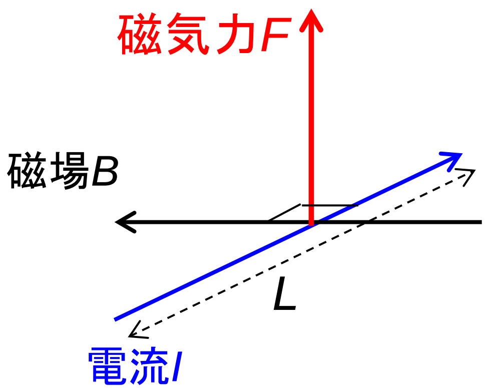
$$v = \frac{qrB}{m},$$

$$T \equiv \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi m}{qB},$$

$$f \equiv \frac{1}{T} = \frac{qB}{2\pi m}$$:サイクロトロン周波数

類似の応用として質量分析装置がある。

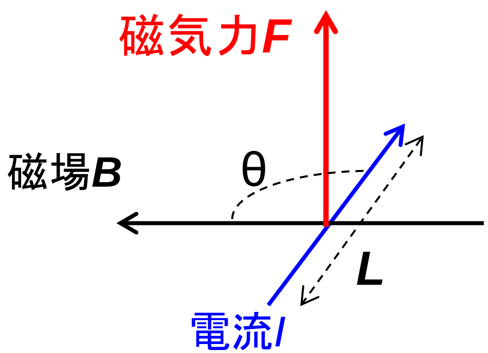
4.磁場中の電流に働く力（アンペアの力）



磁場*B*の中の電流が流れている，<u>*B*に直角に張った</u>
長さ*L*の導線に働く磁気力の大きさ*F*

$F=IBL$

一般に



磁場***B***の中の電流が流れている，***B***と角度θをなす長さ*L*，電流の向きの導線に働く磁気力***F***

$$\mathbf{F} = I\mathbf{L} \times \mathbf{B},$$

外積(ベクトル積）

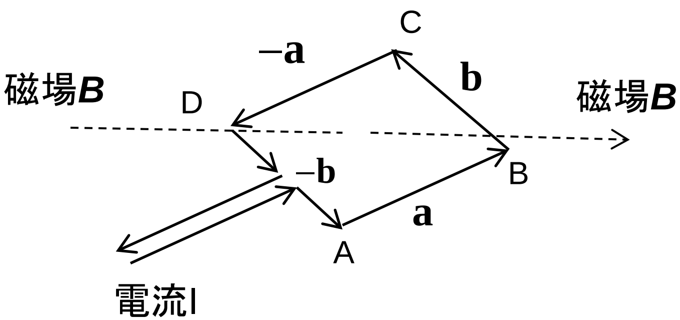
(フレミングの左手の法則）

$$F = ILB\sin\theta$$

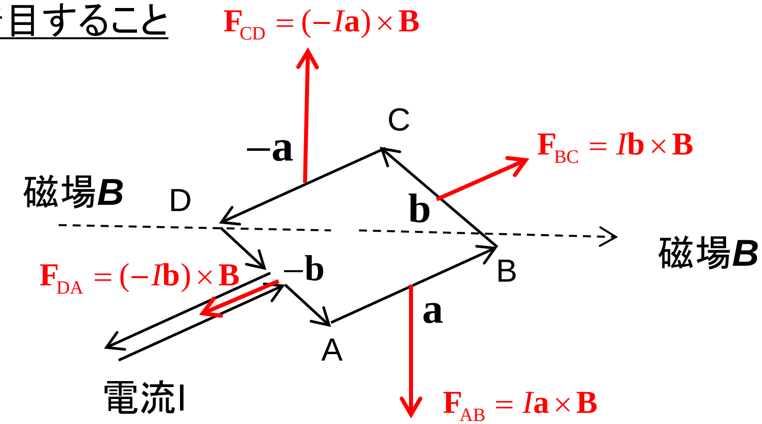
*I**L***:電流の向きを向いた長さ*IL*のベクトル

磁場中の(電流が流れている)コイルが受ける磁気力(のトルク)

注意:磁石の形状などは気にせず、磁場ベクトル***B***に着目すること



働く磁気力
に注目

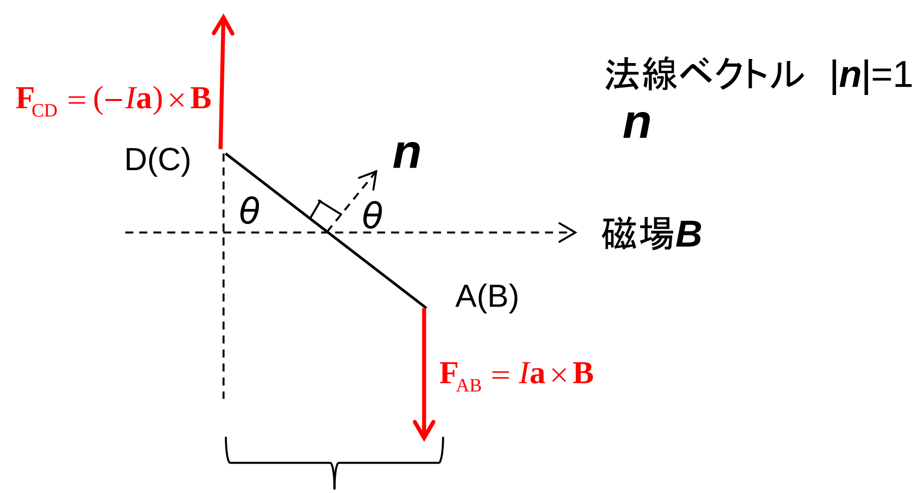


a:AB間の電流の向きの長さ*a*のベクトル
b:BC間の電流の向きの長さ*b*のベクトル

コイルの回転軸から見ると

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{F}_{BC} = I\mathbf{b} \times \mathbf{B} \\ \mathbf{F}_{DA} = (-I\mathbf{b}) \times \mathbf{B} \end{array}\right\}$$ 相殺する!

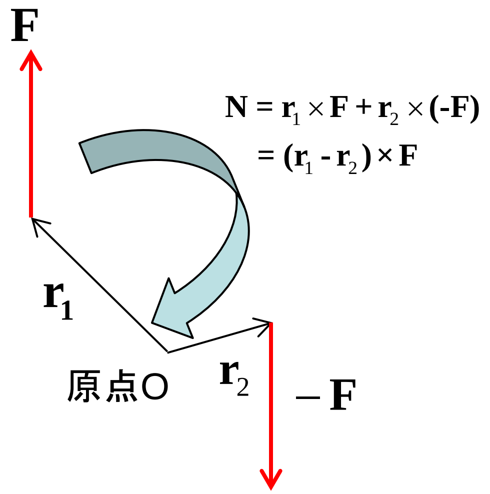
2つの力は等大、逆向き、
そして作用線も一致



直流モータの原理 ← 偶力によるトルク(力のモーメント)

2つの力は等大、逆向き、
しかし、作用線は平行でずれている

偶力によるトルク(力のモーメント）



$$\mathbf{N} = IA\mathbf{n} \times \mathbf{B}, \quad (A \equiv ab : \text{コイルの断面積})$$

$$N = IAB\sin\theta$$

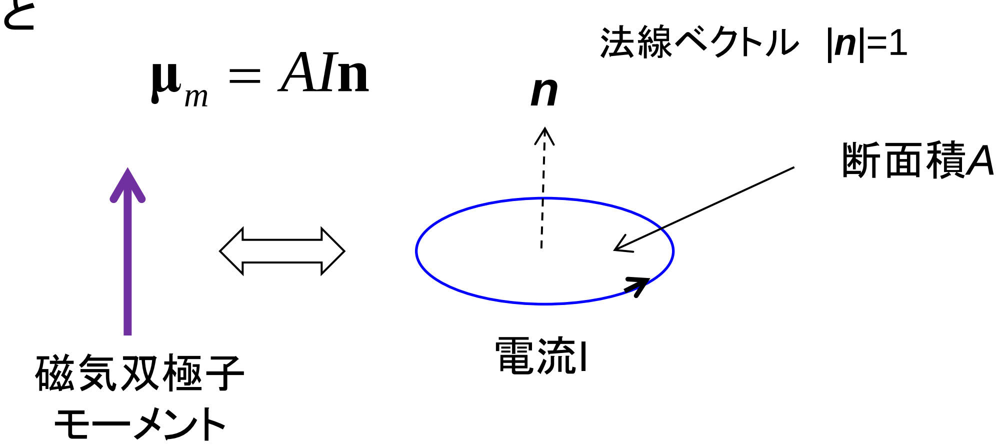
⇕

磁場中の磁気双極子($\boldsymbol{\mu}_m$)に作用するトルク

$$\mathbf{N} = \boldsymbol{\mu}_m \times \mathbf{B}$$

比較すると

$$\boldsymbol{\mu}_m = AI\mathbf{n}$$



5. 平行または反平行電流の間に働く磁気力

電流I_1が距離dだけ離れた電流I_2の付近に作る磁場$\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_1$が電流I_2に磁気力を及ぼす。
同様に、電流I_2が作る磁場$\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_1$が電流I_1に磁気力を及ぼす。長さLの電流に働く磁気力

$$F = \left(\frac{\mu_0}{2\pi}\right)\frac{I_1 I_2}{d} L, \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{N/A^2}$$

平行電流の場合には引力、
反平行の場合には斥力(反発力）

→ 応用：高温プラズマの磁気的閉じ込め装置

1820年、アンペアが発見。

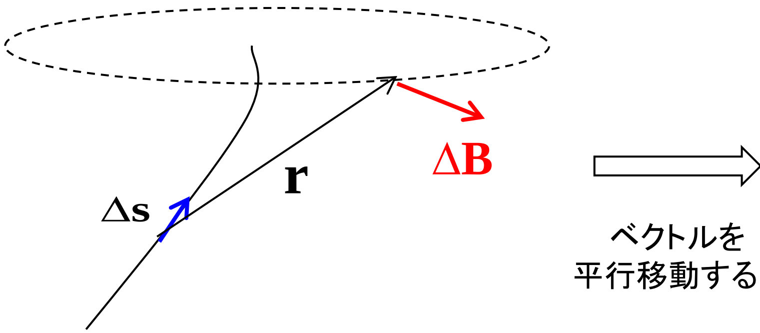
電磁気の単位(再構成）

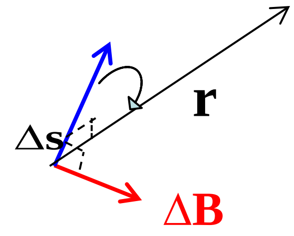
真空中で1m離した，強さの等しい電流感の力が、1mあたり、2×10^{-7} N であるような電流の強さを1Aと定義する。

6. 電流のつくる磁場(2)ービオ･サバールの法則

電流*I*が流れている導線の微小要素ベクトルΔ***s***が、そこから位置ベクトルr
だけ離れている点につくる微小磁場Δ***B***

ジャン＝バティスト･ビオとフェリックス･サバールが1820年
10月，実験的に発見。（アンペアの力からも導出可能！）





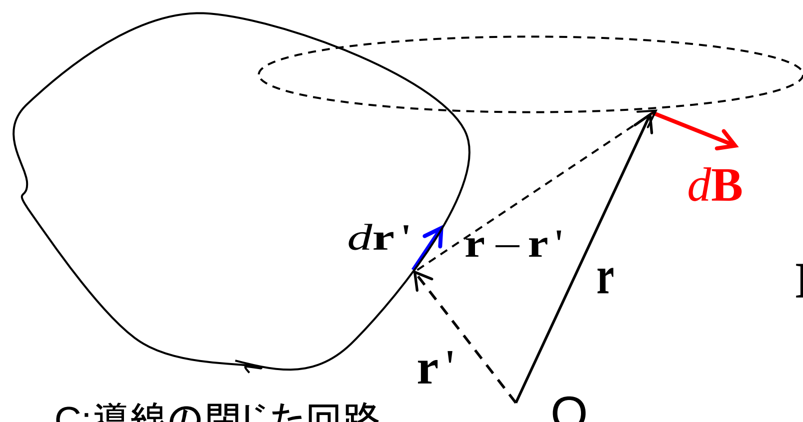
$$\Delta\mathbf{B} = \frac{\mu_0 I \Delta\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{4\pi r^3}$$

有限の長さの導線の場合、微小要素ベクトルからの微小磁場の合成と
見なして，線積分して得られる。

$\Delta\mathbf{s} \to d\mathbf{r}'$

$\mathbf{r} \to \mathbf{r} - \mathbf{r}'$

と置き換わる
ことに注意



C:導線の閉じた回路

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint_C \frac{d\mathbf{r}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

ビオ—サバールの法則の応用例

電流Iが流れている1巻きの円形コイル（半径R）の<u>中心</u>における磁場の強さB

$$B = \left(\frac{\mu_0}{2}\right)\frac{I}{R}$$

電流Iが流れている1巻きの円形コイル（半径R）の<u>中心軸上の中心から距離x</u>における磁場の強さB

$$B = \left(\frac{\mu_0}{2}\right)\frac{R^2}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} I$$

7. アンペアの法則（アンペアの回路定理）

任意の閉曲線Cに沿った磁場Bの線積分は，このCを貫く電流Iのμ_0倍に等しい．

$$\oint_C \mathbf{B}\cdot d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

（1）アンペアの法則を使うと，磁場Bが簡単に計算できる場合がある．

（2）アンペアの法則は，電磁気学の4つ基本法則のひとつであるマックスウェル・アンペアの法則の電場の時間的変化がないという特殊な場合になっている．

８．磁場Bに対するガウスの法則

任意の閉局面Sからでる正味の磁束はゼロである。

$$\oiint_S \mathbf{B}\cdot d\mathbf{A}=0 \quad (\oiint_S B_n dA=0, d\mathbf{A}\equiv \mathbf{n}dA, \mathbf{n}:\text{外向き放線ベクトル})$$

（1）この法則は単磁極が存在しないという意味である.

（2）この法則は，電磁気学の４つの基本法則の一つになっている.