電流と抵抗 filename=electric-current050531.tex

1 電流とは何か

1.1 電流の定義

ある領域を通過する正味の電荷がある場合に、これを電流という。電流には大きさと向きがあり、一般にはベクトル量として表される。電流の強さは単位時間あたりの移動した電荷と定義され、1 秒間に 1 クーロン（c, または coul）の電荷が移動した場合の電流の強さを 1 アンペア（A, または Ampere）という。電流の向きは、歴史的な経過から、正電荷の移動の向きを基準にすることになっている。

ある時刻 t における導体のある場所 $\boldsymbol{r}$ の領域の電荷（電気量）を $Q = Q(\boldsymbol{r}, t)$ とし、この領域に入る電流の大きさ I_1, この領域から出る電流の大きさ I_2 とする。電荷の保存則より、

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = I_1 - I_2 \tag{1.1}$$

が成り立つ。

1.2 電流密度

単位面積あたりに流れる電流を電流密度とよぶ。電流の強さを I、面積を S とすると、電流密度の大きさ j は

$$j \equiv \frac{I}{S} \tag{1.2}$$

により定義される。電流密度の単位は $\mathrm{A/m^2}$ である。さらに、電流の大きさだけではなく、向きも考える場合には、電流ベクトル $\boldsymbol{I}$ によって、電流密度ベクトル $\boldsymbol{j}$ を

$$\boldsymbol{j} \equiv \frac{\boldsymbol{I}}{S} \tag{1.3}$$

と定義する。

物質の単位体積あたりの質量を単に、密度とよぶが、電流密度の場合には単位面積について考えていることに注意する。

2 定常電流

電荷の流れは電場により引き起こされる。時間的に変化しない電流（＝定常電流）の場合には、対応する電場も、それをつくる電荷の空間的分布も時間的に変化しない。従って、

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 0 \tag{2.1}$$

$$\rightarrow \quad I_1 = I_2 \tag{2.2}$$

である。

2.1　電気抵抗、抵抗率と電気伝導率

2.2　電気抵抗、抵抗率と電気伝導率の定義

ある導体に流れる電流の強さIと両端の電位差（電圧）Vにより、電気抵抗（または抵抗）は

$$R \equiv \frac{V}{I} \tag{2.3}$$

と定義される。導体の電気抵抗Rは、この導線の長さLに比例し、断面積Sに反比例するので、

$$R = \rho \frac{L}{S} \tag{2.4}$$

と書くと、比例定数ρは導線の材料と温度のみで決まる定数であり、このρをこの物質の電気抵抗率（または比抵抗）とよぶ。また、電気抵抗率の逆数

$$\sigma \equiv \frac{1}{\rho} \tag{2.5}$$

を電気伝導率とよぶ。

<u>電気抵抗は物体（object）の特性であり、抵抗率または電気伝導率はこの物体の材料物質（material）の特性である。</u>

<u>抵抗率の温度による変化</u>

銅と多くの金属において、温度と抵抗率の関係は、広い温度範囲で線形である。すなわち、近似的に

$$\rho - \rho_o \approx \alpha(T - T_0)\rho_0 \tag{2.6}$$

と表される。ここで、T_0は基準として選んだ温度であり、ρ_0はその温度での抵抗率である。通常、$T_0 = 293$K(室温)とする。式（2.6）の量αは抵抗率の温度係数と呼ばれ、考える温度範囲で実験値とよく合うように決定される。

2.2.1　オームの「法則」（経験則）とオーム抵抗

実験によれば、常温で、かつ電圧と電流があまり大きくない場合には、「導線を流れる電流の強さは導線の両端の電位差（電圧）に比例する。」　これをオームの「法則」（Ohm's law) という。オームの「法則」は電気抵抗が一定であること、またはその事実があることを主張していて、式では

$$V = RI \tag{2.7}$$

と表される。

オームの法則は、後述のように、どんな場合でも正しいというわけではなく、成立しない多くの物質が明らかになっている。この意味ではオームの経験則またはオームの主張と呼ばれるべきかもしれない。しかし、歴史的な理由から、「法則」と呼ばれる。

一様な導体の内部の電場の強さ E は $E=V/L$ と表されるので、オームの法則 (2.7) は

$$E=\rho\frac{I}{S}=\frac{1}{\sigma}\frac{I}{S} \tag{2.8}$$

と表される。

2.2.2 オームの「法則」からのずれと非オーム抵抗

半導体、たとえば、シリコン半導体は電荷キャリア数が少なく、抵抗率が大きく、抵抗率の温度比例係数が負である。温度を上げると、純粋なシリコン半導体の抵抗率は減少する。

極低温における超伝導体の電気抵抗はゼロである。

3 オームの「法則」の微視的な意味ー電流の原子論

4 電流の熱作用ージュール熱ー

5 電源と起電力

6 直流回路

7 準定常電流ー過渡現象の一例ー

8 電荷の保存と連続方程式

8.1 電流密度の場

導線の太さが場所により変わったり、電解質溶液の中に電極を入れて電流を流すような場合には、電流の大きさや向きは空間的に同じではない。このような場合には、空間の場所ごとに電流を考える、すなわち、電流の場（＝各点ごとにある物理量が与えられた空間、物理空間）を考えるとよい。電流の場は電流線で表わすことができる。電流線は、電気の流れの線であって、その接線方向が電流の流れる向きである。電流線の本数は電流の大きさに比例して描くとすれば、電流線の疎密の様子が電流分布の様子を表す。電流分布を数量的に表すには、電流密度の場、$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r})$ を導入する。ある点 $\boldsymbol{r}$ における、このベクトル $\boldsymbol{j}$ の向きは電流の向きに一致し、その大きさは電流に垂直な単位面積あたりの電流の大きさと定義する。さらに、一般に、時間 t に依存する場合も考えておく。$\boldsymbol{j}(\boldsymbol{r},t)$。

8.2　連続方程式

電荷の保存則は、電流密度を用いると次のように表される。電流が流れている空間（領域 V）を囲む閉局面 S を考える。ある時刻 t における、この閉局面上の点 $\boldsymbol{r}$ での電流密度ベクトル w を $\boldsymbol{j}$, この点周りの微小面積 dS、その外向き法線ベクトルを $\boldsymbol{n}$ とすると、この微小面積を通過する正味の電流（向きを代数的符号で表した電流の和）は $\boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{n}dS$ となる。

(後日、図の挿入予定)

またこの時刻における領域 V 内の電荷の代数和を Q とすれば、正味の電流がこの領域外に出る場合には電荷が減少するので、

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = -\iint_S \boldsymbol{j}\cdot\boldsymbol{n}dS \tag{8.1}$$

が成立する。電荷 Q は電荷密度 $\rho(=\rho(\boldsymbol{r},t))$ を用いると

$$Q = \iiint_V \rho dV \tag{8.2}$$

と書ける。また、ベクトル解析の公式（ガウスの定理）から、任意のベクトル $\boldsymbol{A}$ について面積積分を体積積分を書き直すことができる：

$$\iint_S \boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{n}dS \;=\; \iiint_V \nabla\cdot\boldsymbol{A}dV, \tag{8.3}$$

$$\nabla\cdot\boldsymbol{A} \;=\; \mathrm{div}\boldsymbol{A} \equiv \frac{\partial A_x}{\partial x}+\frac{\partial A_y}{\partial y}+\frac{\partial A_z}{\partial z}. \tag{8.4}$$

式（8.3）を $\boldsymbol{j}$ 適用し、式（8.2）を式（8.1）に代入して、V, S が任意であることを用いれば、連続方程式

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla\cdot\boldsymbol{j} = 0 \tag{8.5}$$

または

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \left(\frac{\partial j_x}{\partial x}+\frac{\partial j_y}{\partial y}+\frac{\partial j_z}{\partial z}\right) = 0. \tag{8.6}$$

が導かれる。この関係式は任意の時刻、任意の場所において成立する。

特に、電流密度が 1 次元的 (x 方向とする) にしか変化しない場合には

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial j_x}{\partial x} = 0. \tag{8.7}$$

が成立する。

参考文献

[1]