§電気双極子とその性質 filename=electric-dipole050531.tex

§1 定義

２つの点電荷の組 $(+q,-q)$ が、$-q$ から $+q$ への相対位置ベクトル $\boldsymbol{\ell}$ により定義されているときに、これを電気双極子 (electric dipole) という。そして

$$q\boldsymbol{\ell} \equiv \boldsymbol{p} \tag{1}$$

により定義されている $\boldsymbol{p}$ を電気双極子モーメント (ベクトル) という。

§2 電気双極子のつくる電界

後日追加予定

§3 外部電場の中の電気双極子

（１）電荷 $(-q)$ が点 (x,y,z) に $+q$ が $(x+dx,y+dy,z+dz)$ に置かれているとする。それぞれの点における電位をそれぞれ $\phi(x,y,z)$,$\phi(x+dx,y+dy,z+dz)$ とすると、この電気双極子の持つ電気的ポテンシャル・エネルギー U は

$$U = q\cdot\phi(x+dx,y+dy,z+dz)+(-q)\phi(x,y,z) \tag{2}$$

となる。ここで、テーラー展開より

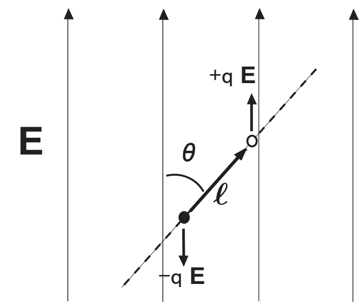
$$\begin{aligned}\phi(x+dx,y+dy,z+dz)&-\phi(x,y,z)\\ &\simeq \frac{\partial\phi}{\partial x}dx+\frac{\partial\phi}{\partial y}dy+\frac{\partial\phi}{\partial z}dz\end{aligned} \tag{3}$$

となる。ここで、電気双極子モーメントの成分が $p_x=qdx, p_y=qdy, p_z=qdz$ と表わされ、電場 $\boldsymbol{E}=-\nabla\phi$ であることを用いると

$$U = -\boldsymbol{p}\cdot\boldsymbol{E} \tag{4}$$

が得られる。

（２）空間的に一様な電場（均一電場）の中の電気双極子の受ける力のモーメント（トルク）



力のモーメントの大きさをＮとすると右図より

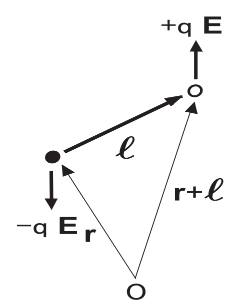
$$N = qE \times \ell sin\theta = pE\sin\theta \qquad (5)$$

ベクトル $\boldsymbol{\ell}$ から $\boldsymbol{E}$ の向きに右ネジを回すときのネジの向きに注意すると考慮して、ベクトルで表すと

$$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E} \qquad (6)$$

となる。すなわち、偶力となり、電気双極子の重心を移動させるのではなく、回転させる効果を持つ。また一般に

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N} &= (\boldsymbol{r} + \boldsymbol{\ell}) \times (q\boldsymbol{E}) + \boldsymbol{r} \times (-q\boldsymbol{E}) \\ &= q\boldsymbol{\ell} \times \boldsymbol{E} \\ &= \boldsymbol{p} \times \boldsymbol{E} \qquad (7) \end{aligned}$$



となる。

（３）空間的に変化する電場 $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$（不均一電場）の中の電気双極子には、上の偶力に加えて重心の並進をおこす並進力も働く。
ポテンシャル・エネルギーの議論と同様にして電気双極子に働く力の合力 $\boldsymbol{F}$ は

$$\boldsymbol{F} = q\boldsymbol{E}(x + dx, y + dy, z + dz) + (-q)\boldsymbol{E}(x, y, z) \qquad (8)$$

となる。ここで、テーラー展開を３次元ベクトル $\boldsymbol{E}$ に対して用いて

$$\boldsymbol{E}(x + dx, y + dy, z + dz) - \boldsymbol{E}(x, y, z) \approx dx\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial x} + dy\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial y} + dz\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial z} \qquad (9)$$

が得られる。よって

$$\begin{aligned} \boldsymbol{F} &= q\ dx\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial x} + q\ dy\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial y} + q\ dz\frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial z} \\ &= \left(p_x\frac{\partial}{\partial x} + p_y\frac{\partial}{\partial y} + p_z\frac{\partial}{\partial z}\right)\boldsymbol{E} \\ &= (\boldsymbol{p} \cdot \nabla)\boldsymbol{E} \qquad (10) \end{aligned}$$

となる。