(電磁誘導の法則の次元解析)filename=induction-dimension-analysis-magnetic-energy-qa140728A

自己インダクタンス L，電流の強さ I のときの磁気エネルギー U_{mag} は

$$U_{mag} = \frac{1}{2}LI^2 \tag{1}$$

と表される。次の手順で，次元解析して，左辺の次元と右辺の次元一致することを示せ。

1. 磁束 Φ の定義を記せ．
2. N 回巻きコイルを貫く磁束 Φ，流れる電流の強さを I とするとき、自己インダクタンス L の定義を記せ。
3. ローレンツ磁気力の公式を記せ．
4. 右辺の次元解析をして，左辺の次元と一致することを確認せよ．

(解答例)

1. ある面を貫く磁束 Φ は磁場（磁束密度）の大きさ B と面の面積 A の積として定義される．すなわち、$\Phi \equiv BA$。
2. $N\Phi = LI$ または $L = N\Phi/I$
3. 電荷 q の粒子が速度 v(小文字）で運動するとき，ローレンツの磁気力 $F = qvB$ が働く．
4. 前問の結果を用いて

$$B = \frac{F}{qv} \to [B] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C \cdot ms^{-1}}} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}}. \tag{2}$$

したがって

$$\begin{aligned}\left[LI^2\right] &= \left[\left(\frac{N\Phi}{I}\right)I^2\right] = [\Phi I] \ (N:\text{巻き数で、無次元}) \\ &= [BAI] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{Am}}\mathrm{m^2A} = \mathrm{J}.\end{aligned} \tag{3}$$

となり，左辺の次元と一致することがわかった．(斜体の A は面積、立体の A はアンペアという電流の単位であることを混同しないこと。)