(電磁誘導の法則の次元解析)filename=induction-dimension-analysis-qa140727A

電磁誘導の法則により、誘導起電力 $V^{(in)}$ と時間的に変化する磁束 Φ の間には

$$V^{(in)} = -\frac{d\Phi}{dt} \tag{1}$$

が成り立つ。次の手順で，次元解析して，左辺の次元と右辺の次元一致することを示せ。

1. 磁束の定義を記せ.
2. 磁気力の公式を記せ.
3. ある電荷がある電位差の下で加速されるときに得るエネルギーの公式を記せ.
4. 右辺の次元解析をして，左辺の次元と一致することを確認せよ.

(解答例)

1. ある面を貫く磁束 Φ は磁場（磁束密度）の大きさ B と面の面積 A の積として定義される．すなわち、$\Phi \equiv BA$。
2. 電荷 q の粒子が速度 v(小文字）で運動するとき，ローレンツの磁気力 $F = qvB$ が働く.
3. 題意より，$W = qV$.
4. 題意より

$$B = \frac{F}{qv} \to [B] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C} \cdot \mathrm{ms}^{-1}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{C} \cdot \mathrm{m}}. \tag{2}$$

したがって，前問の結果を用いて

$$[\Phi] = \frac{\mathrm{Nm} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{C}} = \frac{\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{C}} \tag{3}$$

$$\to \left[\frac{d\Phi}{dt}\right] = \frac{\mathrm{C} \cdot \mathrm{V}}{\mathrm{C}} = \mathrm{V} \tag{4}$$

となり，左辺の次元と一致することがわかった.

(備考 : 歴史に「もし」は禁句であると言われるが，電磁誘導の実験をしないでも，この法則の形をこのように事前に推測できたかもしれない。)