(電磁誘導：ソレノイドコイル)induction-solenoide-qa140726A.tex

半径 R で単位長さあたり n 回巻の十分長いソレノイドコイルがある。

1. このソレノイドに時間的に変化する電流 I が流れ始めたとき、中心軸から r の距離の点での誘導電場 $\boldsymbol{E}^{(in)}$ の向きはどうなるか。

2. また、このとき、ソレノイドの内側, 半径 r における誘導電場の強さ (正しくは円の折線方向成分) $E_\tau^{(in)}$ は

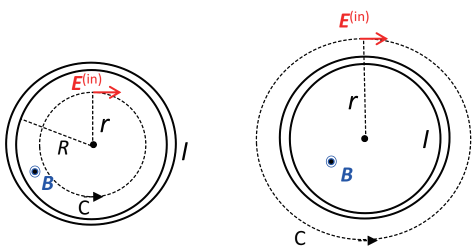
$$E_\tau^{(in)} = -\frac{1}{2}\mu_0 nr\left(\frac{dI}{dt}\right) \tag{1}$$

であることを示せ。ただし, このソレノイドの内側における磁場 $\boldsymbol{B}$ の大きさ $B = \mu_0 nI$ である。

3. このソレノイドコイルの外側では磁場はゼロである。誘導電場もゼロであろうか。

(解答例)

1. 誘導電場 $\boldsymbol{E}^{(in)}$ の電気力線には始点も終点もないという事実、中心軸まわりの回転対称性により、誘導電場の電気力線は中心軸を中心とする同心円であることがわかる。



(a) ソレノイドの内側の場合　(b) ソレノイドの外側の場合

2. この同心円がソレノイドの内側にある $(r < R)$ 場合に、その半径 r の円を閉じた経路 C として選ぶと、ファラデーの電磁誘導の法則より、誘導起電力（誘導電位）$V^{(in)}$ と磁束 Φ_B は

$$V^{(in)} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \tag{2}$$

という関係にある。ここで、誘導起電力（誘導電位）$V^{(in)}$ は誘導電場 $\boldsymbol{E}^{(in)}$ の閉じた曲線経路に沿っての線積分により

$$\begin{aligned} V^{(in)} &= \oint_C \boldsymbol{E}^{(in)}\cdot\boldsymbol{\tau}ds \ (\boldsymbol{\tau}: \text{閉曲線 C の接線ベクトル}) \\ &= 2\pi r E_\tau^{(in)} \end{aligned} \tag{3}$$

のように与えられる。一方、磁束 Φ_B は

$$\begin{aligned}\Phi_B &= B(\pi r^2) \\ &= \mu_0 \cdot nI \cdot \pi r^2 \end{aligned} \tag{4}$$

のように与えられる。従って

$$\begin{aligned} 2\pi r E_\tau^{(in)} &= -\frac{d}{dt}(\mu_0 nI\ \pi r^2) \\ \to E_\tau^{(in)} &= -\frac{1}{2}\mu_0 nr \left(\frac{dI}{dt}\right) \end{aligned} \tag{5}$$

のように与えられる。（右辺の負号は、誘導電場 $\boldsymbol{E}^{(in)}$ の向きは電流の変化する向きと逆向きであることを示している。）

3. ソレノイドの外側 $(r > R)$ では、その半径 r の円を閉じた経路Cとして選ぶと、同様にして

$$\begin{aligned} 2\pi r E_\tau^{(in)} &= -\left(\frac{d}{dt}\right)(\mu_0 nI\ \pi R^2) \\ \to E_\tau^{(in)} &= -\frac{1}{2}\mu_0 n\frac{R^2}{r}\left(\frac{dI}{dt}\right) \end{aligned} \tag{6}$$

となる。つまり、ソレノイドの外側では磁場は存在しないが、ソレノイドの内部の磁場が時間的に変化すれば、ソレノイドの外部には誘導電場 $\boldsymbol{E}^{(in)}$ は生じる。