

幅 L の 1次元無限量子井戸の中におかれた質量 m の粒子のとり得るエネルギーは

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2} n^2, (n = 1, 2, \dots) \quad (1)$$

のように離散化される。ここで c は光速、 $h, \hbar = h/2\pi$ はプランク定数である。

- 異なるエネルギー準位間 ($E_{n'}, E_n$) の遷移の際に放出される光子の波長 $\lambda_{n'n}$ を求めよ。($\lambda_{n'n}$ を c, m, L, h, n, n' で表せ。)
- 幅 $L = 10^{-10}\text{m}$ (= 1Å) の場合、この無限量子井戸中の電子の $n = 1, 2$ をもつ定常状態のとり得るエネルギーはそれぞれ何 eV になるか計算せよ。
- 前問と同じ条件の場合、電子が $n' = 2$ の状態から $n = 1$ の状態へ遷移される場合、放射される光子の波長 λ を (m 単位で) 計算せよ。

ただし、電子の質量 $m \cong 0.911 \times 10^{-30}\text{kg}$ 、プランク定数 $h \cong 6.63 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$, $\hbar \equiv \frac{h}{2\pi} \cong 1.05 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$ および $1\text{eV} \cong 1.60 \times 10^{-19}\text{J}$ とする。

(解答例)

- エネルギー保存則より

$$E_{n'} - E_n = \frac{ch}{\lambda_{n'n}} \quad (2)$$

$$\rightarrow \lambda_{n'n} = \frac{8cmL^2}{h(n'^2 - n^2)} \left(= \frac{4mcL^2}{\hbar\pi(n'^2 - n^2)} \right) \quad (3)$$

-

$$E_1 \cong 37.8\text{eV}, \quad (4)$$

$$E_2 \cong 151\text{eV}, \quad (5)$$

$$(6)$$

-

$$\lambda \cong 1.1 \times 10^{-8}\text{m} \quad (7)$$