

代表的な核融合反応である DD 反応における電氣的斥力エネルギー (クーロン障壁) について以下の問いに答えよ. ただし, 電氣定数 (真空の誘電率) を ϵ_0 , ボルツマン定数を k_B として

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} &= 8.9876 \times 10^9 \text{N} \cdot \text{m}^2/\text{C}^2, k_B = 1.380 \times 10^{-23} \text{J/K}, 1\text{eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{J}, \\ e &= 1.60 \times 10^{-19} \text{C} \end{aligned} \quad (1)$$

1. $e^2/(4\pi\epsilon_0)$ を fm ($\equiv 10^{-15}\text{m}$), MeV の単位で表せ。
2. D と D の間隔を $r = 5 \text{ fm}$ として, クーロン障壁エネルギー E_c を MeV 単位で表せ。
3. クーロン障壁を D (のプラズマ) の熱平衡状態における平均の運動エネルギー (大きさ $k_B T$) として与えられるとして, 必要な絶対温度 T を計算せよ。

(解答例)

1. 題意により, $1 \text{ J} = \text{eV}/(1.60 \times 10^{-19})$, $1 \text{ m} = 10^{15} \text{ fm}$, $1 \text{ MeV} = 10^6 \text{ eV}$ だから

$$\begin{aligned} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} &= 8.9876 \times 10^9 \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \times (1.6 \times 10^{-19} \text{C})^2 \\ &= (8.9876 \times 10^9) \times (1.6 \times 10^{-19})^2 \times \frac{\text{eV}}{1.60 \times 10^{-19}} \times 10^{15} \text{ fm} \\ &= (8.9876 \times 1.6) \times 10^{9+15-19} \text{ eV fm} \\ &= 1.438016 \text{ MeV fm}. \end{aligned} \quad (2)$$

2. 重水素 D の原子核 (重陽子) の電荷は陽子 1 個の電荷に等しいので, DD 間の電氣的斥力のエネルギー E_c は次のように計算される:

$$\begin{aligned} E_c &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \times \frac{1}{r} \\ &= 1.438016 \text{ MeV fm} \times \frac{1}{5 \text{ fm}} \\ &= 0.2876032 \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (3)$$

3. 題意より

$$\begin{aligned} E_c &= k_B T \\ \rightarrow T &= \frac{E_c}{k_B} \\ &= \frac{0.2876032 \times 10^6 \times 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}}{1.380 \times 10^{-23} \text{ J/K}} = \frac{0.2876032 \times 1.60}{1.380} \times 10^{6-19+23} \text{ K} \\ &= 0.336 \times 10^{10} \text{ K} = 3,360,000,000 \text{ K} \\ &= (33.6 \text{ 億度}). \end{aligned} \quad (4)$$