（量子効果と熱運動）quantum-effect-thermal-qa111220.tex

幅 L の１次元無限量子井戸に閉じ込められた質量 m の粒子のとり得るエネルギーは

$$E_n = \left(\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}\right)n^2\ ,\ (n = 1, 2, \cdots) \tag{1}$$

のように離散化される。ここで,h はプランク定数、$\hbar \equiv h/2\pi$ はディラック定数である。量子効果を見出すためには、量子化されたエネルギー間隔が熱運動による平均エネルギーよりも十分に大きくなければならない。

1. 基底状態と第一励起状態のエネルギー間隔が $k_{\mathrm{B}}T$ よりも大きいという条件より、L が満たすべき条件式を求めよ。
2. ボルツマン定数として $k_{\mathrm{B}} = 1.38{\times}10^{-23}\mathrm{J/K}$ を用い、常温相当の温度 $T = 273{+}15(\mathrm{K})$ の場合、$k_{\mathrm{B}}T$ の値を eV 単位で計算せよ。ここで、eV は電子ボルトで $1\mathrm{eV} \cong 1.60 \times 10^{-19}\mathrm{J}$ である。
3. 粒子の質量として電子質量を用いた場合、無限量子井戸の幅 L は約何オングストローム（Å）以下でなければならないか。（Å は Å $= 10^{-10}$m である。）$c\hbar \cong 1977\mathrm{eV}\cdot$ Å, $mc^2 \cong 0.5 \times 10^6\mathrm{eV}$ とする。
4. 半導体中の電子のように、質量が電子質量の 10 分の 1 である (有効質量) 場合にはどうか。

(解答例)

1.

$$\begin{aligned} E_2 - E_1 &> k_{\mathrm{B}}T \to \left(\frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}\right)\times 3 > k_{\mathrm{B}}T \\ \to L &< \sqrt{\frac{3\pi^2\hbar^2}{2mk_{\mathrm{B}}T}} \end{aligned} \tag{2}$$

2.

$$\begin{aligned} k_{\mathrm{B}}T &= 1.38\times 10^{-23}\frac{\mathrm{eV}}{\mathrm{K}}\times 288\mathrm{K}\frac{1}{1.6\times 10^{-19}} \\ &= 0.0248\mathrm{eV}. \end{aligned} \tag{3}$$

3.

$$L < 68.2\text{Å}. \tag{4}$$

4.

$$L < 216\text{Å}. \tag{5}$$